



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Departamento de Física

Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada

Dupla Ressonância Óptica no Sinal de Fluorescência em Rubídio

Carlos Henrique Da Silva

Dissertação de Mestrado

Recife - PE

26 de agosto de 2016

Universidade Federal Rural de Pernambuco
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Departamento de Física

Carlos Henrique Da Silva

Dupla Ressonância Óptica no Sinal de Fluorescência em Rubídio

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada do Departamento de Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: Dr. Wictor Carlos Magno

DF - UFRPE

Coorientadora: Dr^a. Sandra Sampaio Vianna

DF - UFPE

Recife - PE

26 de agosto de 2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

S586d Silva, Carlos Henrique da
Dupla ressonância óptica no sinal de fluorescência em rubídio /
Carlos Henrique da Silva. – 2016.
64 f. : il.

Orientador: Wictor Carlos Magno.

Coorientadora: Sandra Sampaio Vianna.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural de
Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada,
Recife, BR-PE, 2016.

Inclui referências.

1. Espectroscopia atômica 2. Absorção de dois fótons 3. Trem
de pulsos ultracurtos 4. Vapor de rubídio I. Magno, Wictor Carlos,
orient. II. Vianna, Sandra Sampaio, coorient. III. Título

CDD 621

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA APLICADA

Dupla Ressonância Óptica no Sinal de Fluorescência em Rubídio

Carlos Henrique Da Silva

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Física, defendida e aprovada por unanimidade em 26/08/2016 pela Comissão Examinadora.

Banca Examinadora:

Prof. Wictor Carlos Magno
DF - UFRPE

Prof. Marco Polo Moreno de Souza
DEFIJI - UNIR

Prof. José Ferraz de Moura Nunes Filho
DF - UFRPE

Dedico esta dissertação à minha mãe **Gilvanete Marques**, pelo apoio incondicional e constante incentivo. Meu muito obrigado a ela, que com muito esforço deu condições para que eu pudesse estudar.

*“Grande é o nosso Senhor, e de
grande poder; o seu entendimento
é infinito”.*

Salmos 147:5.

Agradecimentos

Início meus agradecimentos por Deus, não poderia ser diferente. Sem ele não somos nada. Obrigado, senhor!

Agradeço à minha namorada Regina, por estar sempre ao meu lado me apoiando, mesmo quando o estresse era grande (peço desculpas). Agradeço por me encorajar a seguir em frente mesmo quando pensei que não daria certo. Sou grato por todo carinho, por cada sorriso, pelas palavras doces, por sempre acreditar no meu potencial, pelo respeito que tem por mim e por me fazer sorrir mesmo nas horas em que a tensão era grande. Obrigado por você existir em minha vida!

Agradeço ao meu orientador Wictor, por ter aceitado me orientar, pela enorme paciência, pela dedicação e pelos seus conselhos sempre úteis. Agradeço também a minha co-orientadora Sandra por ter aceitado nos ajudar neste projeto, por ceder seu laboratório para realização dos experimentos e pelas horas dedicadas a discutir os resultados deste trabalho. Sem os dois este trabalho não seria possível, obrigado.

Agradeço também aos professores que contribuíram para minha formação desde o ensino infantil até a pós-graduação. Em especial aos do mestrado que muito contribuíram para minha formação científica.

Agradeço aos meus colegas de laboratório da UFRPE, Geimson e Felipe, por me ajudarem na obtenção dos dados, na realização dos cálculos e na discussão dos resultados deste trabalho. Agradeço também aos demais colegas de turma, Alan, David, Harrison, Rodrigo, Salomão, Sara e Thiago pela ajuda nos estudos ao longo do mestrado, pelas dicas para escrever esta dissertação em LaTeX (vixe!) e por fazerem a dificuldade do mestrado parecer

bem mais simples com nossas conversas descontraídas. Gostaria de agradecer também ao professor Marco Polo e aos companheiros de laboratório da UFPE pela montagem dos experimentos e pela ajuda na obtenção dos dados. Sem esquecer de agradecer ao colega Jesús Pavón pela ajuda com os programas no MATLAB.

Não posso deixar de agradecer a todos os meus familiares e amigos, pelos incentivos ao longo dessa jornada no mestrado. Mesmo aqueles que não foram citados (não são menos importantes por isso), agradeço imensamente.

Aos Departamentos de Física da UFRPE e UFPE e seus funcionários.
À CAPES, pelos recursos.

AGRADECIMENTO ESPECIAL

Meu mais profundo agradecimento só poderia ser dedicado a uma pessoa: **Gilvanete**. Desde muito cedo sempre fez o possível e o impossível para me dar amor, carinho, educação e tudo que sempre precisei. Mesmo quando trabalhava inúmeras horas (sei que fez isso por mim), sempre esteve presente incentivando, cobrando e ficando feliz com minhas conquistas. Espero do fundo do meu coração que um dia consiga retribuir tudo o que tem feito por mim. Obrigado Mãe, meu orgulho, meu amor!

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de um estudo experimental da geração de fluorescência na região azul do espectro (421 nm), quando um vapor de rubídio contido em uma célula aquecida interage com um feixe de laser de diodo contínuo (na transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$) e um feixe de laser de pulsos ultracurtos de Ti:safira (na transição $5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$). Os feixes de laser são focalizados copropagantes no centro da célula óptica de rubídio, tendo polarizações perpendiculares. Efeitos de acumulação coerente são esperados no sistema, uma vez que os tempos de vida dos estados excitados são muito maiores do que o intervalo temporal entre os pulsos do laser de Ti:safira. Ambos os lasers operam com comprimentos de ondas em torno de 780 nm, porém o laser pulsado por ter uma largura de banda elevada consegue fazer uma transição de dois fótons não ressonante nos comprimentos de onda em 780 nm e 776 nm. Os átomos excitados podem decair para o estado fundamental ($5S_{1/2}$) através do estado intermediário $6P_{3/2}$, emitindo a fluorescência no azul em 421 nm. Estudamos a resposta desta fluorescência quando variamos alguns parâmetros como: a frequência e a intensidade do laser de diodo, a densidade atômica da célula, e a influência do bombeio óptico do laser de diodo no sinal.

Palavras-chave: Espectroscopia atômica, absorção de dois fótons, trem de pulsos ultracurtos, vapor de rubídio.

Abstract

This work shows the results of an experimental study of the generation of a fluorescence signal in the blue range of the electromagnetic spectrum (421 nm), when a Rubidium atomic vapor inside a heated optical cell interacts with a pair of laser beams, one cw from a diode laser (in the transition $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$) and one ultrashort pulse train from a Ti:sapphire laser (in the transition $5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$). The laser beams pass through the vapor cell in a co-propagating configuration and are focused into the cell, having perpendicular polarizations. We have observed coherent and accumulation effects in the system, because the lifetimes of the excited states are larger than the temporal interval between the optical pulses. Both lasers have wavelengths near 780 nm, although the pulsed laser has a large bandwidth and can make a non-resonant two-photon transition at the wavelengths 780 nm and 776 nm. The excited atoms can decay to the ground state ($5S_{1/2}$) by the intermediate state $6P_{3/2}$, emitting a fluorescence signal in the blue range at 421 nm. We study the response of the fluorescence signal as a function of the many parameters of the system, such as: the frequency and the intensity of the diode laser, the atomic density in the optical cell, and the effect of an optical pump from the diode laser on the detected signal.

Keywords: Atomic spectroscopy, two-photon absorption, ultrashort optical pulses, Rubidium vapor.

Sumário

1	Introdução	1
2	Fundamentação teórica	6
2.1	O trem de pulsos ultracurtos	6
2.2	Sistema de dois níveis	8
2.3	Absorção de dois fótons	12
2.3.1	Modelo teórico para campos contínuos	13
3	Resultados Experimentais e Discussões	21
3.1	Sistema Atômico	21
3.1.1	Estrutura Fina e Hiperfina do Rubídio	22
3.2	Espectro de Absorção Saturada	23
3.3	Descrição do Aparato Experimental	25
3.4	O Laser de Diodo	29
3.5	O Laser de Ti:safira Pulsado	30
3.6	Resultados e Discussões	33
3.6.1	Características Gerais do Sinal de Fluorescência Detectado	33
3.6.2	Evolução dos Modos do Ti:safira	35
3.6.3	Dependência do Sinal com a Intensidade do Laser de Diodo	36
3.6.4	Influência da Média sobre as Medidas	39
3.6.5	Bombeio Óptico do Laser de Diodo	40

3.6.6	Influência da Densidade Atômica	42
4	Conclusões e Perspectivas	45
	Referências Bibliográficas	50

Lista de Figuras

1.1	a) absorção de dois fótons ressonante com nível intermediário; b) absorção de dois fótons direta. Extraído de [1].	2
2.1	Em (a) temos a curva de um trem de pulsos representado pela equação (2.1) e em (b) a representação de um pente de frequências descrito pela equação (2.2). Extraída de [17].	7
2.2	Sistema atômico de dois níveis interagindo com um laser de frequência ω e dessintonia δ . A taxa de relaxação do estado excitado é γ	8
2.3	População atômica do nível $ 2\rangle$ (ρ_{22}) em função da dessintonia do campo (δ) para diferentes valores da frequência de Rabi (Ω).	11
2.4	a) absorção de dois fótons ressonante com nível intermediário; b) absorção de dois fótons direta.	12
2.5	Sistema atômico de três níveis na configuração cascata.	13
2.6	Populações dos níveis $ 1\rangle$, $ 2\rangle$ e $ 3\rangle$ em função da dessintonia do laser que faz a primeira transição atômica. A dessintonia atômica está em unidades de γ_{22}	19
2.7	Em (a) temos a população atômica do nível $ 3\rangle$ (ρ_{33}) em função da dessintonia do primeiro campo (δ_1) para diferentes valores da frequência de Rabi (Ω_1). Em (b) temos a população atômica do nível $ 3\rangle$ (ρ_{33}) em função da dessintonia do primeiro campo (δ_1) para diferentes valores da dessintonia do segundo campo (δ_2).	20
3.1	Esquema dos níveis de energia dos isótopos 85 e 87 do Rubídio. Extraído da referência [32].	23

3.2	Esquema experimental da absorção saturada. Legenda: BS - divisor de feixes (beam splitter); E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5 - espelhos; F_1, F_2 e F_3 - filtros.	24
3.3	Espectroscopia de absorção saturada de um vapor de Rubídio, obtida medindo a transmissão do feixe de prova. Os picos sinalizados representam as transições entre os níveis hiperfinos e os picos não sinalizados correspondem aos “crossovers”.	25
3.4	Esquema experimental. As linhas vermelhas e pretas representam o caminho percorrido pelos feixes dos lasers, a linha azul representa o sinal estudado e as linhas verdes representam os sinais eletrônicos detectados. Legenda: BS - divisor de feixes (beam splitter); PBS - divisor de feixes por polarização; L_1, L_2 e L_3 - lentes esféricas convergentes; FM - fotomultiplicadora; $\frac{\lambda}{2}$ - placa de meia onda.	27
3.5	Diagrama simplificado dos níveis de energia e transições de interesse. O símbolo ω_{cw} representa a frequência do laser de diodo, enquanto que $\omega_{m'}$ e ω_m representam as frequências dos modos do pente de frequências mais próximas das ressonâncias mostradas na figura. As linhas curvas representam os possíveis caminhos que o átomo pode seguir no decaimento espontâneo.	28
3.6	Em (a) temos uma foto da montagem do laser de diodo usado em nossos experimentos. Em (b) temos uma curva característica do laser, a qual mostra o limiar de corrente para começar a emissão de luz em função da temperatura do laser (extraída de [34]).	29
3.7	Em (a) temos a imagem do feixe do laser de diodo obtida com a CCD. Em (b) curva ajustada com o MATLAB para calcular o diâmetro espacial do feixe, onde a abscissa é medida em unidades de pixels da câmera.	30
3.8	Temos a foto da cavidade do laser de Ti:safira usado em nossos experimentos (extraída de [17]).	31
3.9	Temos um espectro de luz emitida pelo laser de Ti:safira.	32

3.10	Em (a) temos a imagem do feixe do laser pulsado obtida com a CCD. Em (b) curva ajustada com o MATLAB para calcular o diâmetro do feixe, onde a abscissa é medida em unidades de pixels.	32
3.11	Em azul temos o sinal de fluorescência em função da frequência do laser de diodo. Em vermelho, o espectro de absorção saturada, usado como referência de frequência.	34
3.12	Curva em vermelho representa a absorção saturada, e as demais curvas representam o sinal de fluorescência gerado, evoluindo no tempo.	35
3.13	Intensidade da emissão azul como função da frequência do laser de diodo, para intensidades do laser de diodo (I_d) entre $0,05 \text{ W/cm}^2$ e $0,29 \text{ W/cm}^2$. A densidade atômica e a intensidade do laser de Ti:safira foram mantidas fixas.	37
3.14	Intensidade da emissão azul como função do laser de diodo, para intensidades do laser de diodo (I_d) entre $0,05 \text{ W/cm}^2$ e $0,29 \text{ W/cm}^2$. A densidade atômica e a intensidade do laser de Ti:safira foram mantidas fixas.	38
3.15	Gráficos log-log da largura a meia altura da fluorescência (a) e intensidade (b) em função da intensidade do laser de diodo. As curvas sólidas são ajustes lineares.	39
3.16	Sinal de fluorescência com média (azul) e sem média (cinza). Em vermelho, a absorção saturada.	40
3.17	Influência do bombeio óptico do laser de diodo (ω_{cw}) na transição de dois fótons do laser de Ti:safira.	41
3.18	Fluorescência em função da frequência do laser de diodo, para a linha Doppler $F_g = 2$ do ^{87}Rb em (a) e $F_g = 3$ do ^{85}Rb em (b). Os picos induzidos por bombeio óptico do laser de diodo estão indicados pela separação de 157 MHz para o ^{87}Rb e de 66 MHz para o ^{85}Rb	42
3.19	Espectros de excitação (curva azul) obtidos como função da frequência do laser de diodo para diferentes densidades atômicas. Em vermelho, a absorção saturada usada como referência.	43
3.20	Absorção linear variando com a temperatura. Extraída de [38].	44

Capítulo 1

Introdução

Esta dissertação de Mestrado apresenta os resultados sobre o estudo experimental da interação de um vapor alcalino de Rubídio com lasers contínuo e pulsado. O trabalho foi realizado no Laboratório de Espectroscopia Atômica do Departamento de Física (DF) da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) sob a coordenação da Professora Sandra Sampaio Vianna e com a orientação do Professor Wictor Carlos Magno do Departamento de Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). A motivação inicial do trabalho foi realizar experimentos em vapor de Rubídio, estudando a interação deste sistema com trens de pulsos ultracurtos de um laser pulsado de Ti:safira, e o efeito do campo magnético sobre uma amostra aquecida do vapor alcalino, dando continuidade e complementação aos experimentos realizados anteriormente no Laboratório de Espectroscopia Atômica e Lasers do DF - UFPE.

Em um primeiro momento utilizamos a técnica de absorção saturada em uma célula selada de Rubídio, mantida na temperatura ambiente do laboratório (21°C), para ganhar familiaridade com o uso do laser de diodo, aprender noções sobre instrumentação eletrônica e sobre técnicas de Física Experimental na área de Óptica. O estudo do sinal no azul em 421 nm emitido pelo estado $6P_{3/2}$ do Rubídio vem sendo estudado por vários grupos de pesquisa e em particular, pelo grupo da Professora Sandra S. Vianna do DF - UFPE. A detecção do sinal que observamos e estudamos neste trabalho teve como objetivo específico estudar a absorção de dois fótons do Rubídio na transição em cascata $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 5D$ e

verificar se o sinal detectado era paramétrico e coerente ou se este sinal era uma fluorescência decorrente de um processo natural de emissão espontânea do sistema. Como objetivos gerais deste trabalho queríamos estudar e entender melhor alguns efeitos de saturação e efeitos de bombeio óptico que foram observados anteriormente no sistema, procurando os mecanismos físicos responsáveis pela geração do sinal no azul.

O processo de absorção de dois fótons estudado neste trabalho pode ocorrer por duas principais vias: uma forma é por um processo de dois passos a partir do nível inicial ($|i\rangle$) através de um “nível virtual” V para o nível final ($|f\rangle$) [1]. O nível virtual é representado por uma combinação linear das funções de onda de todos os níveis reais que fazem com $|i\rangle$ uma transição de um fóton. A outra forma é com um nível intermediário ressonante real ($|k\rangle$), onde um primeiro fóton excita o átomo do estado fundamental ($|i\rangle$) para o nível intermediário e depois um segundo fóton excita o átomo do estado intermediário para o estado final ($|f\rangle$), como mostrado na figura 1.1.

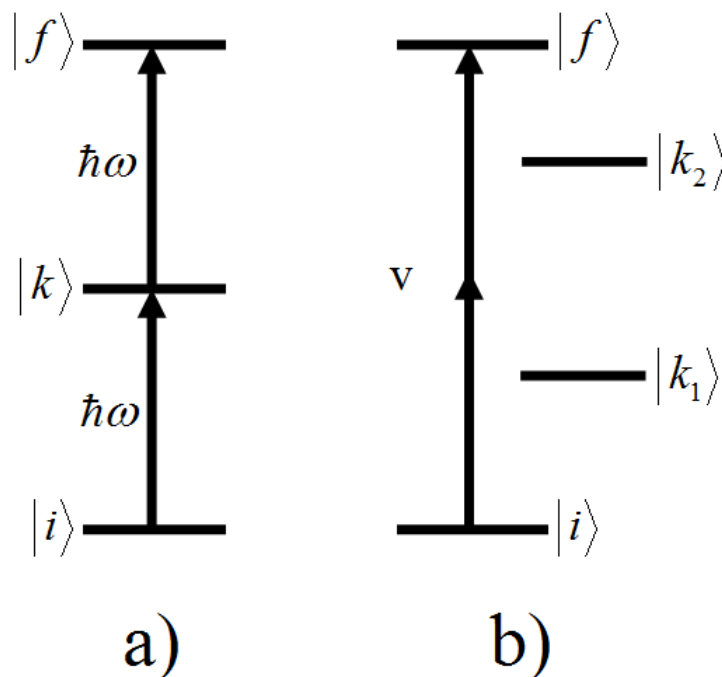


Figura 1.1: a) absorção de dois fótons ressonante com nível intermediário; b) absorção de dois fótons direta. Extraído de [1].

A absorção de dois fótons foi analisada teoricamente pela primeira vez na década de 1930 por Maria Göppert-Mayer [2], sendo que a pesquisadora foi premiada com o Prêmio Nobel de Física em 1963 pelo seu trabalho teórico sobre as estruturas dos núcleos atômicos [3]. Este processo só foi observado experimentalmente em 1961 [4], por Kaiser e Garrett [5], logo após a invenção do laser.

O primeiro laser foi desenvolvido pelo físico americano Theodore H. Maiman em 1960 com um cristal de rubi [6] como meio ativo. Porém, em estudos pioneiros, Albert Einstein explicou o mecanismo em que se baseia o laser, a amplificação estimulada da emissão de radiação eletromagnética [7]. Apesar do primeiro laser de rubi ter limitações de estabilidade e de duração do pulso, o trabalho de Maiman pode ser considerado um marco e revolucionou muitas áreas da Física e de toda a ciência. O primeiro laser de diodo foi inventado em 1962, porém, uma largura de linha de 1 MHz (igual a do laser usado em nosso experimento) foi conseguida apenas em 1981 por meio da configuração Littrow [8]. Também na década de 60, foi desenvolvida a técnica de geração de trens de pulsos ultracurtos conhecida como travamento de modos (“mode-locking”). Cada pulso tem sua duração determinada pela quantidade de modos travados. Uma sequência de pulsos ultracurtos, separados temporalmente por um intervalo constante correspondem a modos de frequência também uniformemente espaçados [9]. Estudos sobre essa característica, conhecida como pente de frequências, deu a Theodor W. Hänsch e John L. Hall o prêmio Nobel de Física em 2005 [10, 11].

Na década de 1980, P. E. Moulton apresentou o laser de Ti:safira, operando em regime pulsado. O uso de lasers pulsados tornou mais fácil a técnica de absorção de dois fótons para investigar processos físicos com maior resolução temporal; além de permitir o estudo de outros processos ópticos não lineares importantes, como geração de altos harmônicos, mistura de ondas, aplicações em metrologia óptica, dentre outros.

No ano de 2012 o grupo da Professora Sandra Vianna investigou a ação combinada de um laser de diodo com um trem de pulsos ultracurtos gerado por um laser de Ti:safira, numa transição de dois fótons em vapor de rubídio na configuração cascata para $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 5D$ [12]. Como comentado anteriormente este trabalho teve como motivação inicial dar continuidade aos trabalhos anteriores realizados no Laboratório de Espectroscopia Atômica e Lasers do DF - UFPE.

No ano de 2013 o grupo de Pichler apresentou um trabalho onde uma absorção de dois fótons em vapor de Rubídio é induzida por um pente de frequências gerado por um laser de femtossegundos dopado com érbio. O laser é sintonizado para fazer as duas transições: $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$, sendo estudada a resposta do sinal para diferentes valores da taxa de repetição e para diferentes campos magnéticos externos [13]. Também em 2013, Kienlen e colaboradores realizaram um trabalho nas mesmas transições, porém com dois lasers de diodo. Cada laser de diodo era sintonizado em uma das transições ($5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ e $5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$) e produzia um feixe azul coerente ao decair para o estado fundamental via o estado $6P$ [14].

Nesta dissertação estudamos a absorção de dois fótons na configuração tipo cascata em vapor de Rubídio induzida por um laser de diodo e por um trem de pulsos gerado por um laser de femtossegundos de Ti:safira pulsado. O laser de diodo foi sintonizado na transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ e o Ti:safira na transição $5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$. Investigamos as características do sinal de fluorescência emitido na região azul do espectro, quando o átomo decai para o estado fundamental via o estado intermediário $6P_{3/2}$, bem como sua resposta à variação de alguns parâmetros do sistema, como a frequência e intensidade do laser de diodo e a densidade atômica da amostra alcalina. Estudos sobre a região azul do espectro deram à Isamu Akasaki, Hiroshi Amano e Shuji Nakamura o prêmio Nobel de Física em 2014 [15]. O prêmio foi concedido pela fabricação dos LEDs, diodos emissores de luz na região azul do espectro, o que gerou inúmeras aplicações práticas, como por exemplo, na tecnologia de displays ópticos e na geração econômica de luz branca.

No capítulo 2 deste trabalho discutimos a fundamentação teórica necessária para a realização dos experimentos e a compreensão dos resultados obtidos. Inicialmente analisamos o funcionamento de um trem de pulsos ultracurtos e apresentamos o conceito de pente de frequências. Logo após explicamos a interação da luz com um sistema atômico de dois níveis, a partir do formalismo da matriz densidade. Encontramos as equações de Bloch correspondentes e usamos estas equações para estudar a interação do sistema atômico com um campo contínuo. Em seguida ampliamos este raciocínio para uma absorção de dois fótons numa configuração do tipo cascata.

No capítulo 3 desta dissertação apresentamos o sistema experimental empregado, bem como os resultados obtidos e uma breve discussão e análise dos dados coletados. Na primeira parte deste capítulo, descrevemos o esquema de níveis de energia do átomo de Rubídio envolvidos no experimento, assim como as características dos lasers empregados e uma descrição da técnica de absorção saturada, a qual foi usada para obter uma referência de frequência para o sinal óptico detectado. Depois explicamos em detalhes a montagem experimental utilizada. Em seguida são apresentados e discutidos os principais resultados obtidos neste trabalho. Inicialmente é feita uma análise das características gerais do sinal, numa segunda parte de análises discutimos a resposta do sinal quando foram variados alguns parâmetros como: taxa de repetição do laser de Ti:safira, intensidade do laser de diodo, temperatura ou densidade atômica e efeitos de bombeio óptico no sistema devido ao laser de diodo. Por fim, no capítulo 4 apresentamos as conclusões e as perspectivas de trabalhos.

Capítulo 2

Fundamentação teórica

Neste capítulo apresentaremos alguns conceitos básicos e necessários para a compreensão dos fenômenos envolvidos nos experimentos realizados neste trabalho. Inicialmente discutiremos a interação de um sistema atômico na presença de um campo eletromagnético para um sistema de dois níveis. Em seguida discutiremos o processo de absorção de dois fótons dando ênfase na importância deste conceito em nosso experimento, que será discutido no capítulo seguinte.

2.1 O trem de pulsos ultracurtos

Um trem de pulsos ultracurtos é definido como uma sequência de pulsos eletromagnéticos ultracurtos com envoltórias idênticas, separados temporalmente por um intervalo constante, e com uma relação de fase bem definida entre si. Um pulso ultracurto é um pulso cuja duração temporal está na faixa entre picosegundos e femtossegundos, algo entre 10^{-12} s e 10^{-15} s. Estes trens de pulsos ópticos são obtidos através de lasers pulsados como o que foi utilizado em nossos experimentos, o laser de Ti:safira (“modelocked”). O módulo do campo elétrico de um trem de pulsos é definido como [16]:

$$E(t) = \sum_{n=0}^{N-1} E_0(t - nT_R) e^{-i(\omega_c t - n\omega_c T_R + n\Delta\phi)} \quad , \quad (2.1)$$

onde $E_0(t)$ representa a amplitude de um pulso, N indica a quantidade de pulsos, T_R o

intervalo de tempo entre dois pulsos consecutivos, ω_c a frequência da onda portadora e $\Delta\phi$ a diferença de fase induzida pela interação com elementos da cavidade (espelhos, cristal, prisma, etc). Fazendo uso da transformada de Fourier, podemos visualizar as componentes de frequência do campo eletromagnético [17]. Portanto, ao fazermos a transformada de Fourier da equação (2.1) temos a representação de um pente de frequências, que é dada por:

$$\tilde{E} = \tilde{E}_0(\omega - \omega_c) \sum_{n=0}^{N-1} e^{-in(\omega T_R - \Delta\phi)} \quad . \quad (2.2)$$

Na figura 2.1 estão representados o trem de pulsos e o pente de frequências. Na figura 2.1b, a largura de cada um dos modos (dentes) do pente de frequências é $\approx 1/(NT_R)$, ou seja, quanto mais pulsos o trem possuir, mais estreitos serão os modos do pente [17].

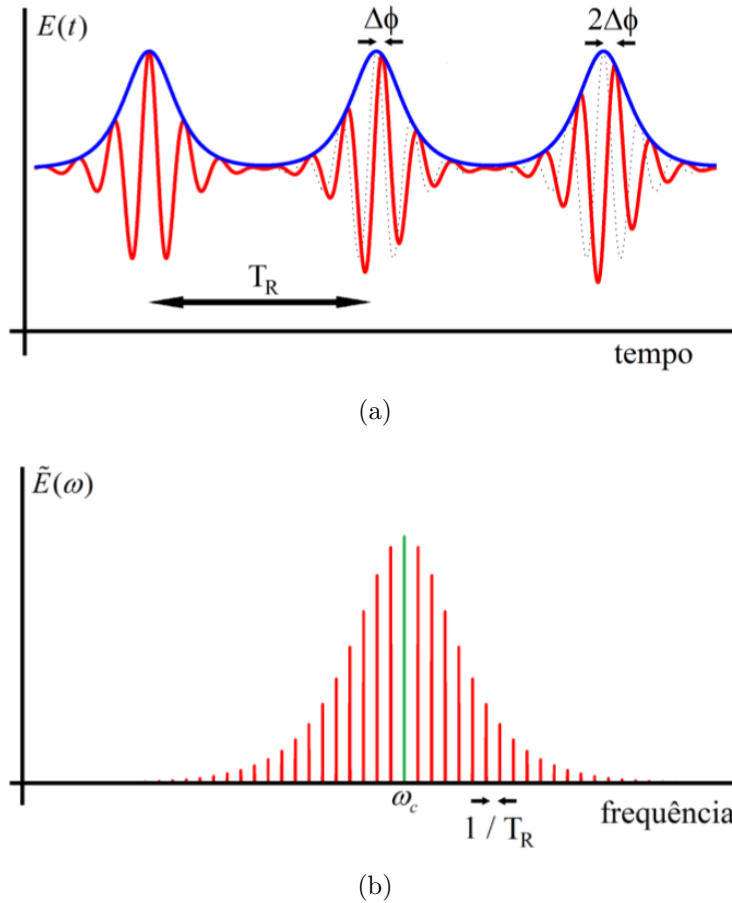


Figura 2.1: Em (a) temos a curva de um trem de pulsos representado pela equação (2.1) e em (b) a representação de um pente de frequências descrito pela equação (2.2). Extraída de [17].

A frequência de cada modo representado na figura 2.1b pode ser escrita como:

$$\omega_m = 2\pi(f_0 + mf_R) \quad , \quad (2.3)$$

onde ω_m representa a frequência do m-ésimo modo do pente de frequências, f_0 é conhecida como a frequência de offset [18] e f_R é a taxa de repetição do laser pulsado ($f_R = 1/T_R$).

2.2 Sistema de dois níveis

Nesta seção apresentamos um modelo teórico simplificado para o sistema de dois níveis que está representado na figura 2.2. Nesta configuração representamos os estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$, onde o estado $|1\rangle$ é o estado fundamental e por isso tem energia zero e $|2\rangle$ é o estado excitado.

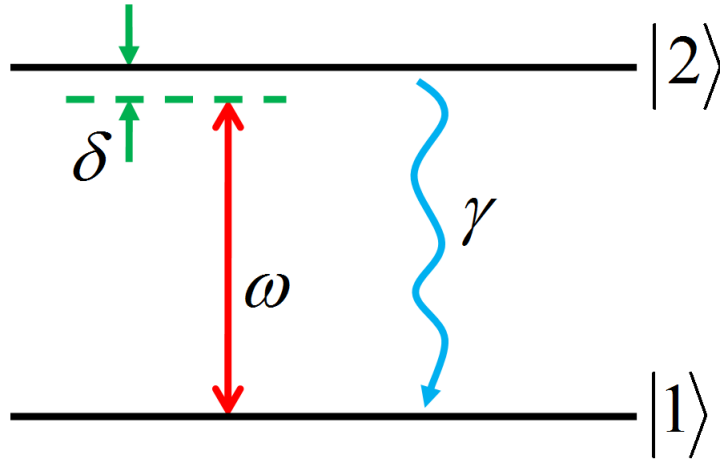


Figura 2.2: Sistema atômico de dois níveis interagindo com um laser de frequência ω e dessintonia δ . A taxa de relaxação do estado excitado é γ .

Um feixe de laser interage com o sistema como mostrado na figura 2.2. Vamos fazer um tratamento semiclássico, onde consideramos o campo eletromagnético classicamente, mas o sistema atômico tratamos quanticamente. Assim, o hamiltoniano do sistema pode ser escrito como:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int} \quad , \quad (2.4)$$

onde \hat{H}_0 é o hamiltoniano do átomo livre e \hat{H}_{int} é o hamiltoniano de interação do sistema.

Consideramos que a interação é dada pela aproximação de dipolo elétrico e escrevemos o hamiltoniano de interação do sistema como:

$$\hat{H}_{int} = -\vec{\mu} \cdot \vec{E}(\mathbf{z}, t) \quad , \quad (2.5)$$

onde $\vec{\mu}$ é o operador momento de dipolo elétrico atômico e $\vec{E}(\mathbf{z}, t)$ o campo elétrico da luz.

Definimos o operador momento de dipolo e o campo elétrico da seguinte forma:

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_{12}|1\rangle\langle 2| + \vec{\mu}_{21}|2\rangle\langle 1| \quad , \quad (2.6)$$

e

$$\vec{E}(\mathbf{z}, t) = \frac{1}{2}[\vec{E}_0 e^{i(kz-\omega t)} + \vec{E}_0^* e^{-i(kz-\omega t)}] \quad , \quad (2.7)$$

onde E_0 é a amplitude do campo elétrico. Substituindo as equações (2.6) e (2.7) na equação (2.5) e fazendo aproximação de onda girante [4, 19, 20] o hamiltoniano de interação pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\hat{H}_{int} = -\hbar\Omega^*|1\rangle\langle 2|e^{i\omega t} - \hbar\Omega|2\rangle\langle 1|e^{-i\omega t} \quad , \quad (2.8)$$

onde Ω é a frequência de Rabi, definida como:

$$\Omega = \frac{\mu_{12}E_0 e^{ikz}}{2\hbar} \quad . \quad (2.9)$$

Tomando o estado $|1\rangle$ como estado fundamental, ele terá energia nula. Assim, o hamiltoniano para o átomo livre é:

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_{21}|2\rangle\langle 2| \quad , \quad (2.10)$$

onde ω_{21} é a frequência da transição $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$. Com isso, podemos calcular o hamiltoniano do sistema (\hat{H}), que na forma matricial é representado por:

$$\hat{H} = \hbar \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\Omega^* e^{i\omega t} \\ -\Omega e^{-i\omega t} & \omega_{21} \end{bmatrix} \quad . \quad (2.11)$$

A evolução temporal do operador densidade é descrita pela equação de Liouville:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] \quad , \quad (2.12)$$

onde $\hat{\rho}$ é o operador matriz densidade. Na diagonal da matriz densidade estão as populações atômicas, e as coerências são representadas pelos elementos fora da diagonal.

Resolvendo a equação de Liouville para o sistema e acrescentando de forma fenomenológica o termo de relaxação, obtemos as equações ópticas de Bloch:

$$\dot{\rho}_{11} = i\Omega^* \rho_{21} e^{i\omega t} - i\Omega \rho_{12} e^{-i\omega t} + \gamma \rho_{22} \quad (2.13a)$$

$$\dot{\rho}_{22} = i\Omega \rho_{12} e^{-i\omega t} - i\Omega^* \rho_{21} e^{i\omega t} - \gamma \rho_{22} \quad (2.13b)$$

$$\dot{\rho}_{12} = (i\omega_{21} - \gamma_{12}) \rho_{12} + i\Omega^* e^{i\omega t} (\rho_{22} - \rho_{11}) \quad . \quad (2.13c)$$

Fazendo aproximação em termos das variáveis lentas das coerências podemos escrever: $\rho_{12} = \sigma_{12} e^{i\omega t}$ e $\rho_{21} = \sigma_{21} e^{-i\omega t}$. Assim, as coerências oscilarão aproximadamente com a frequência do campo. Com isso as equações de Bloch podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\dot{\rho}_{11} = i\Omega^* \sigma_{21} - i\Omega \sigma_{12} + \gamma \rho_{22} \quad (2.14a)$$

$$\dot{\rho}_{22} = i\Omega \sigma_{12} - i\Omega^* \sigma_{21} - \gamma \rho_{22} \quad (2.14b)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = (i\delta - \gamma_{12}) \sigma_{12} + i\Omega^* (\rho_{22} - \rho_{11}) \quad , \quad (2.14c)$$

onde $\delta = \omega_{21} - \omega$ é a dessintonia do laser com a transição atômica.

Resolvemos este sistema de equações para um campo contínuo e no regime estacionário para encontrar a população atômica do nível excitado. Nestas condições a solução das equações para a população do nível $|2\rangle$ é dada por:

$$\rho_{22} = \frac{2|\Omega|^2}{\gamma_{12} + \delta^2(\gamma/\gamma_{12}) + 4|\Omega|^2} \quad , \quad (2.15)$$

onde γ_{12} é a taxa de relaxação ou de descoerência da coerência atômica, que em geral é dada por $\gamma_{12} = \gamma/2$ [1, 13] na ausência de colisões e outros efeitos que defasem ou destruam a fase das funções de onda dos estados atômicos interagentes.

A partir desta equação obtivemos os gráficos para a população do nível $|2\rangle$ em função da dessintonia δ , representados na figura 2.3.

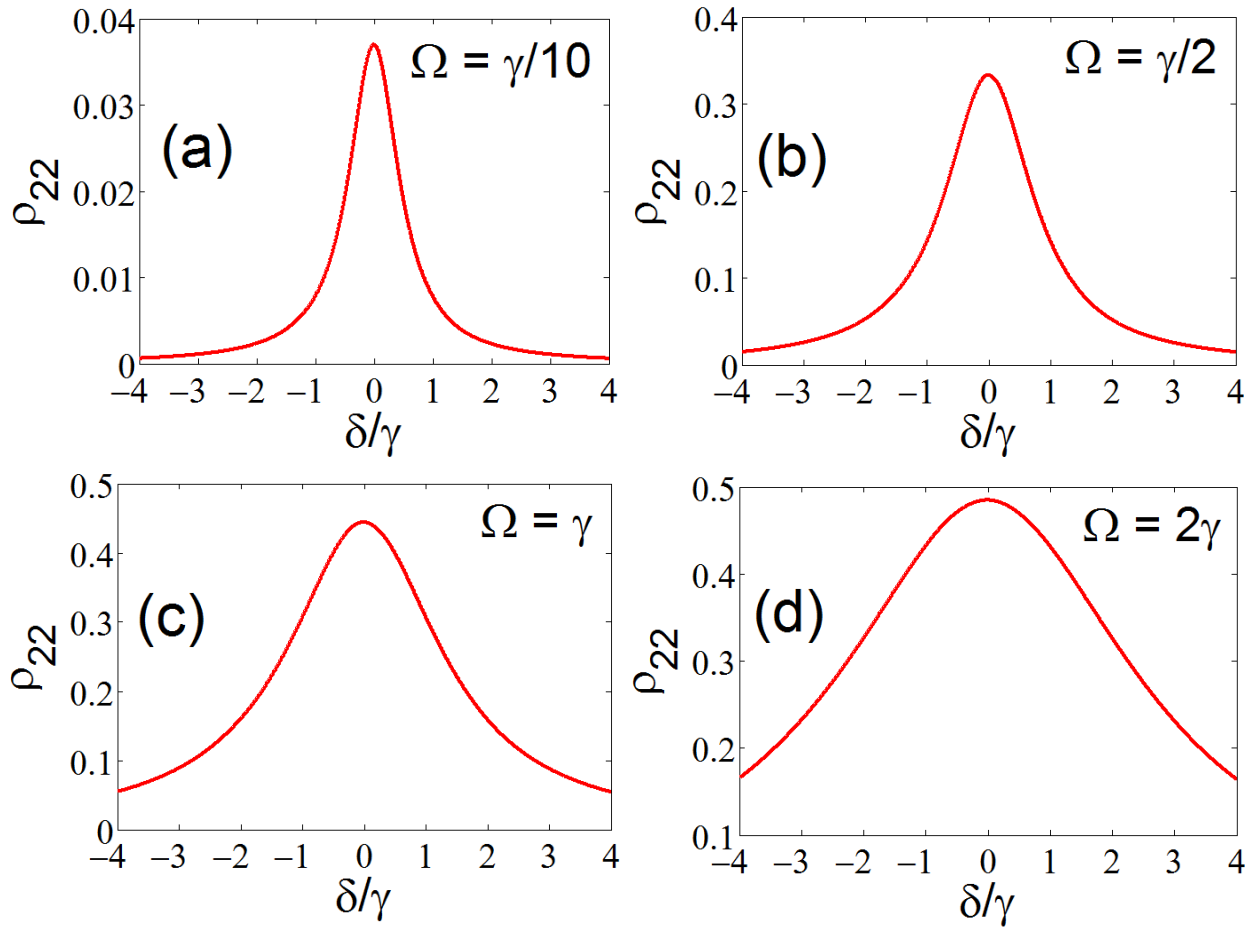


Figura 2.3: População atômica do nível $|2\rangle$ (ρ_{22}) em função da dessintonia do campo (δ) para diferentes valores da frequência de Rabi (Ω).

Podemos perceber que ao variar o valor da frequência de Rabi a largura da curva também varia. Este resultado irá nos ajudar a explicar o alargamento por potência visto em um dos nossos resultados experimentais a serem apresentados e discutidos adiante (seção 3.6.3). A largura de linha da população do nível excitado varia como uma lei de potência em relação à frequência de Rabi, o que caracteriza um típico comportamento de alargamento por potência.

2.3 Absorção de dois fótons

A absorção de dois fótons ocorre quando um átomo que se encontra em um estado inicial absorve simultaneamente dois fótons e é excitado para um estado final [19]. A absorção de dois fótons pode ocorrer de duas maneiras [1, 3, 21]:

- **Ressonante com o nível intermediário:** Neste caso um primeiro fóton excita o átomo do estado inicial para o nível intermediário e depois um segundo fóton excita o átomo do estado intermediário para o estado final. Apresentado na figura 2.4a.
- **Direta:** Ocorre quando dois fótons chegam simultaneamente ao átomo e a soma das frequências é igual à diferença de energia entre o estado inicial e o estado final, de modo que se tem a transição em uma só etapa absorvendo os dois fótons simultaneamente. Apresentado na figura 2.4b.

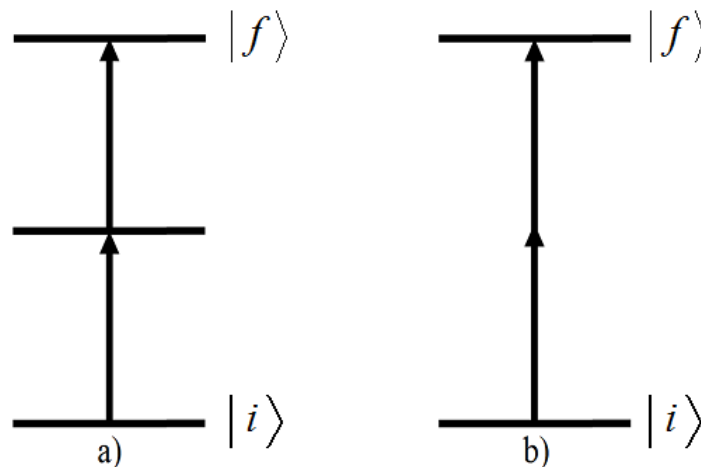


Figura 2.4: a) absorção de dois fótons ressonante com nível intermediário; b) absorção de dois fótons direta.

Para calcular a probabilidade da transição do nível fundamental $|i\rangle$ para o nível excitado $|f\rangle$, faremos um modelo teórico simples que consiste em um sistema em cascata de três níveis independentes que interagem com dois lasers CW [12], explicado na seção seguinte.

2.3.1 Modelo teórico para campos contínuos

Nesta seção apresentamos um modelo teórico simplificado que descreve a interação por dois fótons entre um sistema atômico e a radiação eletromagnética. Para isto analisaremos um sistema de três níveis na configuração cascata que está indicado na figura 2.5. Nesta configuração temos os estados $|1\rangle$, $|2\rangle$ e $|3\rangle$ representando os níveis 5S, 5P e 5D do rubídio, respectivamente. Portanto, no modelo teórico, o estado $|1\rangle$ será o estado fundamental e por isso tem energia zero. Os demais estados $|2\rangle$ e $|3\rangle$ serão estados atômicos excitados. Alguns parâmetros específicos das transições atômicas do Rb descritas no modelo teórico estão indicadas nas tabelas 2.1 e 2.2. Os dados para organização das tabelas foram obtidos das referências [22], [23] e [24].

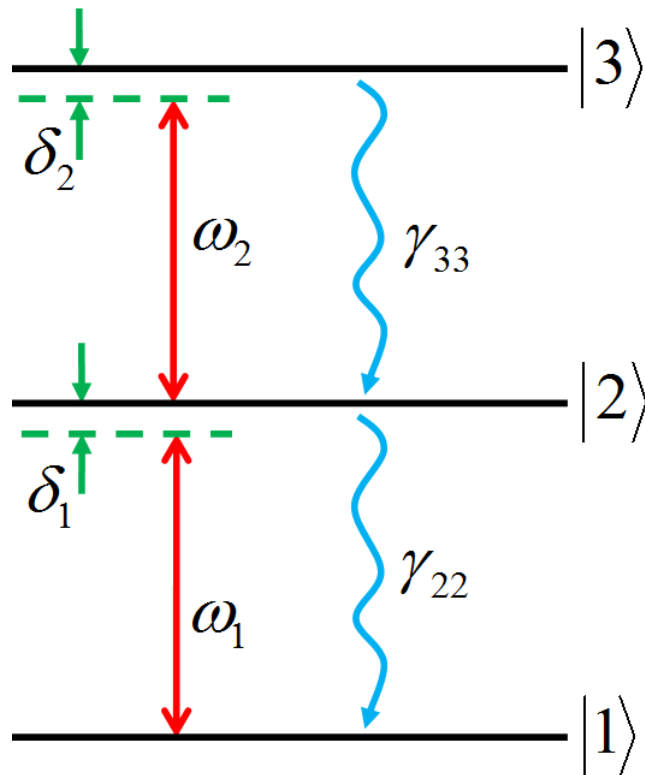


Figura 2.5: Sistema atômico de três níveis na configuração cascata.

Tabela 2.1: Propriedades da Primeira Transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ (linha D2) do Rubídio.

Frequência da transição	ω_1	$2\pi \times 384$ THz
Comprimento de onda (no vácuo)	λ_1	780,2 nm
Tempo de vida do primeiro estado excitado	τ_1	26,2 ns
Largura de linha da transição	γ_1	$2\pi \times 6,1$ MHz
Intensidade de saturação da transição	I_{1sat}	1,67 mW/cm ²
Momento de dipolo elétrico	μ_{12}	$4,6 \times 10^{-29}$ C·m

Tabela 2.2: Propriedades da Segunda Transição $5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$ do Rubídio.

Frequência da transição	ω_2	$2\pi \times 386,6$ THz
Comprimento de onda (no vácuo)	λ_2	775,8 nm
Tempo de vida do segundo estado excitado	τ_2	370 ns
Largura de linha da transição	γ_2	$2\pi \times 0,43$ MHz
Intensidade de saturação da transição	I_{2sat}	0,12 mW/cm ²
Momento de dipolo elétrico	μ_{23}	$1,5 \times 10^{-29}$ C·m

A intensidade de saturação (I_{isat}) para cada transição atômica ($i = 1, 2$) é calculada com a seguinte equação [17]:

$$I_{isat} = \frac{\hbar\omega_i^3\gamma_i}{12\pi c^2} . \quad (2.16)$$

Tendo calculado a intensidade de saturação podemos obter os parâmetros de saturação de cada transição ($i = 1, 2$) da seguinte forma:

$$S_i = \frac{2\Omega_i^2}{\gamma_i^2} = \frac{I_i}{I_{isat}} . \quad (2.17)$$

A interação dos feixes de laser com o sistema atômico como mostrado na figura 2.5 é dada pela aproximação de dipolo elétrico. Assim, o feixe ω_1 acopla o estado $|1\rangle$ com o estado $|2\rangle$ e o feixe ω_2 acopla o estado $|2\rangle$ com o estado $|3\rangle$. Logo, o hamiltoniano do sistema pode ser escrito como [25]:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int} , \quad (2.18)$$

onde \hat{H}_0 é o hamiltoniano do átomo livre e \hat{H}_{int} é o hamiltoniano de interação do sistema [26].

Podemos escrever o hamiltoniano de interação do sistema como:

$$\hat{H}_{int} = -\vec{\mu} \cdot \vec{E}(\mathbf{z}, t) \quad , \quad (2.19)$$

com $\vec{\mu}$ representando o operador momento de dipolo e $\vec{E}(\mathbf{z}, t)$ o campo elétrico total, definidos nas equações (2.20) e (2.21) respectivamente.

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_{12}|1\rangle\langle 2| + \vec{\mu}_{21}|2\rangle\langle 1| + \vec{\mu}_{23}|2\rangle\langle 3| + \vec{\mu}_{32}|3\rangle\langle 2| \quad , \quad (2.20)$$

e

$$\vec{E}(\mathbf{z}, t) = \vec{E}_1(\mathbf{z}, t) + \vec{E}_2(\mathbf{z}, t) \quad , \quad (2.21)$$

onde os campos $\vec{E}_1(\mathbf{z}, t)$ e $\vec{E}_2(\mathbf{z}, t)$ são:

$$\vec{E}_1(\mathbf{z}, t) = \frac{1}{2}[E_{10}\vec{e}^{i(k_1z-\omega_1t)} + E_{10}^*\vec{e}^{-i(k_1z-\omega_1t)}] \quad , \quad (2.22a)$$

$$\vec{E}_2(\mathbf{z}, t) = \frac{1}{2}[E_{20}\vec{e}^{i(k_2z-\omega_2t)} + E_{20}^*\vec{e}^{-i(k_2z-\omega_2t)}] \quad , \quad (2.22b)$$

com E_{10} e E_{20} sendo as amplitudes dos campos $\vec{E}_1(\mathbf{z}, t)$ e $\vec{E}_2(\mathbf{z}, t)$, respectivamente.

Então, o hamiltoniano de interação pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{int} = & -\frac{\mu_{12}E_{10}}{2}e^{ik_1z}|1\rangle\langle 2|e^{-i\omega_1t} - \frac{\mu_{12}E_{10}^*}{2}e^{-ik_1z}|1\rangle\langle 2|e^{i\omega_1t} \\ & -\frac{\mu_{21}E_{10}}{2}e^{ik_1z}|2\rangle\langle 1|e^{-i\omega_1t} - \frac{\mu_{21}E_{10}^*}{2}e^{-ik_1z}|2\rangle\langle 1|e^{i\omega_1t} \\ & -\frac{\mu_{23}E_{20}}{2}e^{ik_2z}|2\rangle\langle 3|e^{-i\omega_2t} - \frac{\mu_{23}E_{20}^*}{2}e^{-ik_2z}|2\rangle\langle 3|e^{i\omega_2t} \\ & -\frac{\mu_{32}E_{20}}{2}e^{ik_2z}|3\rangle\langle 2|e^{-i\omega_2t} - \frac{\mu_{32}E_{20}^*}{2}e^{-ik_2z}|3\rangle\langle 2|e^{i\omega_2t} \quad . \end{aligned} \quad (2.23)$$

Fazendo aproximação de ondas girantes [4, 19, 20] e definindo as frequências de Rabi como:

$$\Omega_1 = \frac{\mu_{12}E_{10}e^{ik_1z}}{2\hbar} \quad , \quad (2.24a)$$

$$\Omega_2 = \frac{\mu_{23}E_{20}e^{ik_2z}}{2\hbar} \quad . \quad (2.24b)$$

Podemos então escrever o hamiltoniano de interação como:

$$\hat{H}_{int} = -\hbar\Omega_1^*|1\rangle\langle 2|e^{i\omega_1t} - \hbar\Omega_1|2\rangle\langle 1|e^{-i\omega_1t} - \hbar\Omega_2^*|2\rangle\langle 3|e^{i\omega_2t} - \hbar\Omega_2|3\rangle\langle 2|e^{-i\omega_2t} \quad . \quad (2.25)$$

Tomando a energia do estado $|1\rangle$ como nula, temos que o hamiltoniano para o átomo livre é:

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_{21}|2\rangle\langle 2| + \hbar(\omega_{32} + \omega_{21})|3\rangle\langle 3| \quad , \quad (2.26)$$

onde, ω_{21} é a frequência da transição $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ e ω_{32} é a frequência da transição $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$.

Assim, o hamiltoniano do sistema (\hat{H}) na forma matricial é representado por:

$$\hat{H} = \hbar \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_1^* e^{i\omega_1 t} & 0 \\ -\Omega_1 e^{-i\omega_1 t} & \omega_{21} & -\Omega_2^* e^{i\omega_2 t} \\ 0 & -\Omega_2 e^{-i\omega_2 t} & (\omega_{32} + \omega_{21}) \end{bmatrix} . \quad (2.27)$$

A evolução temporal do sistema é descrita pela equação de Liouville para o operador matriz densidade $\hat{\rho}$, como mostrado na equação (2.12). Resolvendo esta equação para o sistema de três níveis na configuração cascata e acrescentando de forma fenomenológica a relaxação, obtemos as equações ópticas de Bloch [27]:

$$\dot{\rho}_{11} = -i\Omega_1\rho_{12}e^{-i\omega_1 t} + i\Omega_1^*\rho_{21}e^{i\omega_1 t} + \gamma_{22}\rho_{22} \quad (2.28a)$$

$$\dot{\rho}_{22} = -i\Omega_1^*\rho_{21}e^{i\omega_1 t} + i\Omega_1\rho_{12}e^{-i\omega_1 t} - i\Omega_2\rho_{23}e^{-i\omega_2 t} + i\Omega_2^*\rho_{32}e^{i\omega_2 t} - \gamma_{22}\rho_{22} + \gamma_{33}\rho_{33} \quad (2.28b)$$

$$\dot{\rho}_{33} = -i\Omega_2^*\rho_{32}e^{i\omega_2 t} + i\Omega_2\rho_{23}e^{-i\omega_2 t} - \gamma_{33}\rho_{33} \quad (2.28c)$$

$$\dot{\rho}_{12} = (i\omega_{21} - \gamma_{12})\rho_{12} - i\Omega_2\rho_{13}e^{-i\omega_2 t} + i\Omega_1^*e^{i\omega_1 t}(\rho_{22} - \rho_{11}) \quad (2.28d)$$

$$\dot{\rho}_{23} = (i\omega_{32} - \gamma_{23})\rho_{23} + i\Omega_1\rho_{13}e^{-i\omega_1 t} + i\Omega_2^*e^{i\omega_2 t}(\rho_{33} - \rho_{22}) \quad (2.28e)$$

$$\dot{\rho}_{13} = [i(\omega_{32} + \omega_{21}) - \gamma_{13}]\rho_{13} - i\Omega_2^*\rho_{12}e^{i\omega_2 t} + i\Omega_1^*\rho_{23}e^{i\omega_1 t} . \quad (2.28f)$$

Fazendo aproximação, em termos das variáveis lentas, das coerências, podemos escrever: $\rho_{12} = \sigma_{12}e^{i\omega_1 t}$, $\rho_{23} = \sigma_{23}e^{i\omega_2 t}$ e $\rho_{13} = \sigma_{13}e^{i(\omega_1 + \omega_2)t}$. Assim as coerências oscilarão aproximadamente com as frequências dos campos. Com isso as equações de Bloch podem

ser reescritas da seguinte forma:

$$\dot{\rho}_{11} = -i\Omega_1\sigma_{12} + i\Omega_1^*\sigma_{21} + \gamma_{22}\rho_{22} \quad (2.29a)$$

$$\dot{\rho}_{22} = -i\Omega_1^*\sigma_{21} + i\Omega_1\sigma_{12} - i\Omega_2\sigma_{23} + i\Omega_2^*\sigma_{32} - \gamma_{22}\rho_{22} + \gamma_{33}\rho_{33} \quad (2.29b)$$

$$\dot{\rho}_{33} = -i\Omega_2^*\sigma_{32} + i\Omega_2\sigma_{23} - \gamma_{33}\rho_{33} \quad (2.29c)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = (i\delta_1 - \gamma_{12})\sigma_{12} - i\Omega_2\sigma_{13} + i\Omega_1^*(\rho_{22} - \rho_{11}) \quad (2.29d)$$

$$\dot{\sigma}_{23} = (i\delta_2 - \gamma_{23})\sigma_{23} + i\Omega_1\sigma_{13} + i\Omega_2^*(\rho_{33} - \rho_{22}) \quad (2.29e)$$

$$\dot{\sigma}_{13} = [i(\delta_1 + \delta_2) - \gamma_{13}]\sigma_{13} - i\Omega_2^*\sigma_{12} + i\Omega_1^*\sigma_{23} \quad , \quad (2.29f)$$

onde $\delta_1 = \omega_{21} - \omega_1$ e $\delta_2 = \omega_{32} - \omega_2$. Este é o sistema de equações que vamos resolver para obter a evolução das populações e das coerências [4, 20].

Para resolvermos o sistema iremos separar a parte real da parte imaginária da matriz densidade e reescrever as equações de Bloch da seguinte forma:

$$\dot{W}_{12} = \frac{(\gamma_{33} - 2\gamma_{22})}{3}W_{12} + \frac{(2\gamma_{22} + 2\gamma_{33})}{3}W_{23} + \frac{(2\gamma_{22} - \gamma_{33})}{3} + 2\Omega_1V_{12} - \Omega_2V_{23} \quad (2.30a)$$

$$\dot{W}_{23} = \frac{(\gamma_{22} - 2\gamma_{33})}{3}W_{12} - \frac{(\gamma_{22} + 4\gamma_{33})}{3}W_{23} + \frac{(2\gamma_{33} - \gamma_{22})}{3} + 2\Omega_2V_{23} - \Omega_1V_{12} \quad (2.30b)$$

$$\dot{U}_{12} = \frac{-\gamma_{22}}{2}U_{12} - \delta_1V_{12} + \Omega_2V_{13} \quad (2.30c)$$

$$\dot{U}_{23} = \frac{-(\gamma_{22} + \gamma_{33})}{2}U_{23} - \delta_2V_{23} - \Omega_1V_{13} \quad (2.30d)$$

$$\dot{U}_{13} = \frac{-\gamma_{33}}{2}U_{13} - (\delta_1 + \delta_2)V_{13} - \Omega_1V_{23} + \Omega_2V_{12} \quad (2.30e)$$

$$\dot{V}_{12} = \frac{-\gamma_{22}}{2}V_{12} + \delta_1U_{12} - 2\Omega_1W_{12} - \Omega_2U_{12} \quad (2.30f)$$

$$\dot{V}_{23} = \frac{-(\gamma_{22} + \gamma_{33})}{2}V_{23} + \delta_2U_{23} + \Omega_1U_{13} - 2\Omega_2W_{23} \quad (2.30g)$$

$$\dot{V}_{13} = \frac{-\gamma_{33}}{2}V_{13} + (\delta_1 + \delta_2)U_{13} + \Omega_1U_{23} - \Omega_2U_{12} \quad , \quad (2.30h)$$

onde $U_{ij} = \rho_{ij} + \rho_{ji} = 2Re(\rho_{ij})$, $V_{ij} = -i(\rho_{ij} - \rho_{ji}) = 2Im(\rho_{ij})$ e $W_{ij} = \rho_{ii} - \rho_{jj}$. As equações de Bloch podem ser colocadas na forma matricial, usando o vetor coluna $\vec{X} = (U_{12}, V_{12}, W_{12}, U_{23}, V_{23}, W_{23}, U_{13}, V_{13})$ e resolvendo a seguinte equação:

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \hat{B} \cdot \vec{X} + \vec{b} \quad . \quad (2.31)$$

onde $\vec{b} = (0, 0, \frac{(2\gamma_{22}-\gamma_{33})}{3}, 0, 0, \frac{(2\gamma_{33}-\gamma_{22})}{3}, 0, 0)$ e \hat{B} é uma matriz 8x8 dada por [28, 29]:

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} \frac{-\gamma_{22}}{2} & -\delta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_2 \\ \delta_1 & \frac{-\gamma_{22}}{2} & -2\Omega_1 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_2 & 0 \\ 0 & 2\Omega_1 & \frac{(\gamma_{33}-2\gamma_{22})}{3} & 0 & -\Omega_2 & \frac{2\gamma_{22}+2\gamma_{33}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-(\gamma_{22}+\gamma_{33})}{2} & -\delta_2 & 0 & 0 & -\Omega_1 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_2 & \frac{-(\gamma_{22}+\gamma_{33})}{2} & -2\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \\ 0 & -\Omega_1 & \frac{(\gamma_{22}-2\gamma_{33})}{3} & 0 & 2\Omega_2 & \frac{-(\gamma_{22}+4\gamma_{33})}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \Omega_2 & 0 & 0 & -\Omega_1 & 0 & \frac{-\gamma_{33}}{2} & -(\delta_1 + \delta_2) \\ -\Omega_2 & 0 & 0 & \Omega_1 & 0 & 0 & (\delta_1 + \delta_2) & \frac{-\gamma_{33}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

No regime estacionário, temos $\frac{d\vec{X}}{dt} = 0$ e assim o sistema pode ser resolvido pela equação matricial: $\vec{X} = -\hat{B}^{-1} \cdot \vec{b}$. Agora podemos calcular as populações em cada nível ($|1\rangle$, $|2\rangle$ e $|3\rangle$) usando as seguintes equações:

$$\rho_{33} = \frac{1}{3} [1 - W_{12} - 2W_{23}] \quad (2.33a)$$

$$\rho_{22} = \frac{1}{3} [1 - W_{12} + W_{23}] \quad (2.33b)$$

$$\rho_{11} = \frac{1}{3} [1 + 2W_{12} + W_{23}] \quad (2.33c)$$

As soluções e os gráficos das equações (2.33) foram obtidos usando o software MATLAB. Na figura 2.6 temos as curvas para a população de cada nível e a soma das populações, em função da dessintonia do primeiro laser que faz a primeira transição atômica. A dessintonia δ_1 está em unidades de γ_{22} . Percebemos que a soma das populações é igual a 1, o que indica que o nosso sistema é fechado, como foi suposto nas equações ópticas de Bloch. As frequências de Rabi consideradas nestes cálculos foram: $\Omega_1 = 0,71 \cdot \gamma_{22}$ e $\Omega_2 = 0,16 \cdot \gamma_{22}$, o que equivale aos seguintes parâmetros de saturação: $S_1 = 1$ na primeira transição e $S_2 = 10$ na segunda transição. Esses parâmetros de saturação são compatíveis com os valores típicos das intensidade dos lasers usados nos experimentos deste trabalho e serão discutidos adiante no capítulo 3.

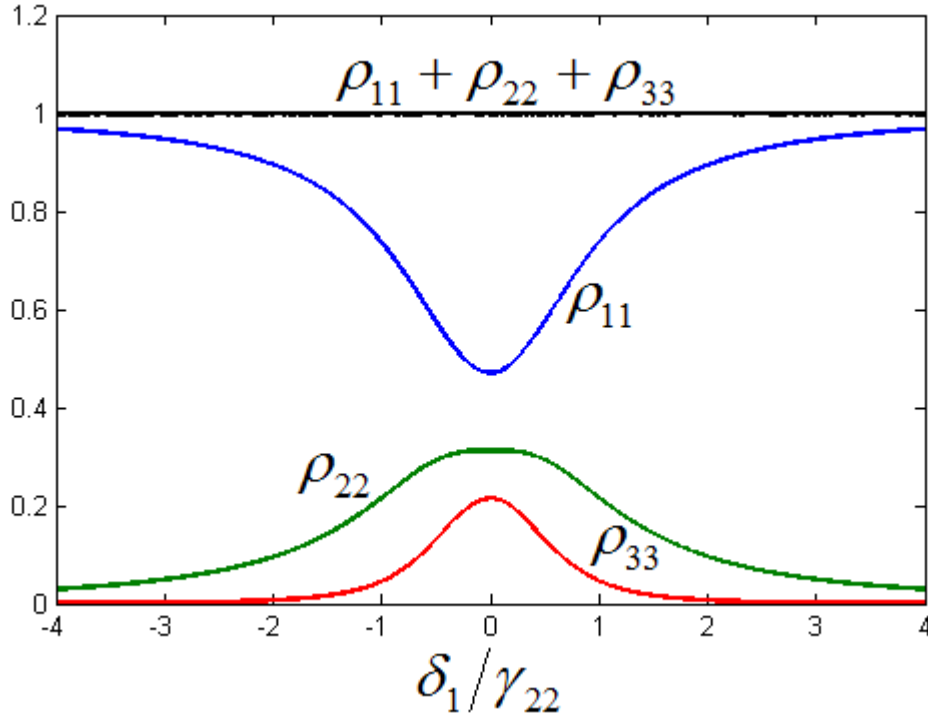


Figura 2.6: Populações dos níveis $|1\rangle$, $|2\rangle$ e $|3\rangle$ em função da dessintonia do laser que faz a primeira transição atômica. A dessintonia atômica está em unidades de γ_{22} .

Na figura 2.7a apresentamos os gráficos para a população do nível $|3\rangle$ em função da dessintonia do primeiro laser, variando o valor da frequência de Rabi do primeiro laser. A frequência de Rabi do segundo laser foi mantida fixa em $\Omega_2 = 0,16 \cdot \gamma_{22}$. Percebemos que ao variar o valor da frequência de Rabi a largura da curva também varia. Este resultado irá ajudar a explicar o alargamento por potência visto em um dos resultados experimentais que está discutido no capítulo 3 deste trabalho. Na figura 2.7b temos a população do nível mais excitado com as frequências de Rabi fixas: $\Omega_1 = 0,71 \cdot \gamma_{22}$ e $\Omega_2 = 0,16 \cdot \gamma_{22}$, porém para diferentes valores da dessintonia do segundo laser (δ_2). Percebemos que esta variação implica num deslocamento do pico do gráfico, o que podemos usar para explicar outro de nossos resultados discutidos no capítulo 3 (seções 3.6.3 e 3.6.2).

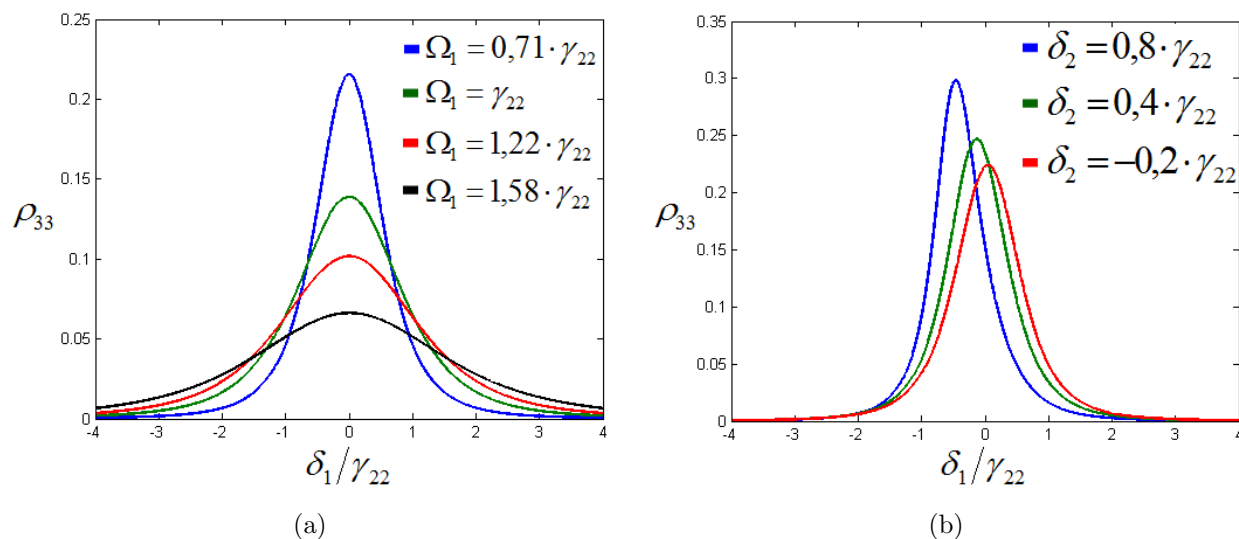


Figura 2.7: Em (a) temos a população atômica do nível $|3\rangle$ (ρ_{33}) em função da dessintonia do primeiro campo (δ_1) para diferentes valores da frequência de Rabi (Ω_1). Em (b) temos a população atômica do nível $|3\rangle$ (ρ_{33}) em função da dessintonia do primeiro campo (δ_1) para diferentes valores da dessintonia do segundo campo (δ_2).

Capítulo 3

Resultados Experimentais e Discussões

Neste capítulo apresentamos o sistema experimental empregado para o estudo do sinal de fluorescência devido à absorção de dois fótons no Rubídio, bem como os resultados experimentais obtidos e uma breve discussão e análise dos dados. Inicialmente descrevemos o esquema de níveis de energia do átomo de Rubídio envolvidos no experimento, assim como as características dos lasers usados e a montagem experimental. Analisamos alguns aspectos da resposta do Rubídio quando excitado pela combinação dos lasers de diodo e Ti-safira pulsado (“modelocked”), numa transição de dois fótons no sistema atômico do tipo cascata (“ladder-type”). Mais adiante discutiremos as características dos resultados obtidos para o sinal gerado na região azul do espectro (421 nm), bem como alguns parâmetros do sinal gerado, como por exemplo, o alargamento dos picos do sinal de fluorescência detectado devido ao aumento da intensidade do laser de diodo; o deslocamento dos picos dentro das linhas Doppler e o efeito de bombeio óptico no sinal detectado.

3.1 Sistema Atômico

O Rubídio (Rb) é um elemento químico de número atômico 37, do grupo dos metais alcalinos e possui dois isótopos mais abundantes encontrados na natureza: o ^{85}Rb (proporção

natural de 72%) e o ^{87}Rb (proporção de 28%) [30, 31]. Este elemento tem em sua camada mais externa (5S) apenas um elétron de valência, o elétron opticamente ativo; o qual é responsável por todas as propriedades ópticas do átomo. Nos experimentos realizados neste trabalho, utilizou-se vapor de Rubídio em diferentes temperaturas, contido em uma célula óptica de quartzo hermeticamente fechada, contendo os dois isótopos naturais do Rubídio nas proporções citadas acima.

3.1.1 Estrutura Fina e Hiperfina do Rubídio

Para o estudo da estrutura atômica fina temos que o número quântico J é definido por: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, onde L é o momento angular orbital do elétron e S é o momento angular de spin do elétron. Devendo-se respeitar a desigualdade triangular para os operadores quânticos:

$$|L - S| \leq J \leq |L + S|. \quad (3.1)$$

Para o estado fundamental $5S_{1/2}$ temos: $L = 0$ e $S = \frac{1}{2}$, logo $J = \frac{1}{2}$. Já no primeiro estado excitado ($5P$) temos: $L = 1$ e $S = \frac{1}{2}$, portanto, J pode ser $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$. Esta separação divide as linhas mais intensas do Rubídio em linha D_1 ($5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$) e linha D_2 ($5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$). Neste trabalho os experimentos concentraram-se na linha D_2 do Rubídio, por ser mais intensa e por facilidade de acesso pelos lasers disponíveis no laboratório. Para o estudo da estrutura hiperfina analisa-se o momento angular total do átomo (F), o qual decorre do acoplamento entre J e I , sendo I o momento angular de spin do núcleo atômico. Assim, F é definido por: $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$, podendo assumir valores entre:

$$|J - I| \leq F \leq |J + I|. \quad (3.2)$$

Como citado anteriormente o Rubídio tem dois isótopos mais abundantes (^{85}Rb e ^{87}Rb) e cada isótopo tem um momento angular do núcleo (I) diferente. Para o ^{85}Rb no estado fundamental temos: $I = \frac{5}{2}$ e $J = \frac{1}{2}$, logo resulta que: $F_g = 2$ ou $F_g = 3$. Já para o ^{87}Rb no estado fundamental, temos: $I = \frac{3}{2}$ e $J = \frac{1}{2}$, logo, resulta que: $F_g = 1$ ou $F_g = 2$. [30, 31] Temos, portanto, para os estados hiperfinos da linha D_2 ($5P_{3/2}$): $F_e = 1, 2, 3, 4$ para o ^{85}Rb .

Já para o isótopo ^{87}Rb temos: $F_e = 0, 1, 2, 3$, como mostrado na figura 3.1. As diferenças de frequências entre os níveis hiperfinos dos isótopos do Rubídio estão indicadas nesta figura.

De acordo com a regra de seleção de dipolo elétrico, temos que: $\Delta F = 0, \pm 1$ para cada transição atômica. Portanto, tomando como exemplo o elétron em $F_g = 1$ do ^{87}Rb a transição ocorrerá para $F_e = 0, 1, 2$, com a transição cíclica: $F_g = 1 \rightarrow F_e = 0$.

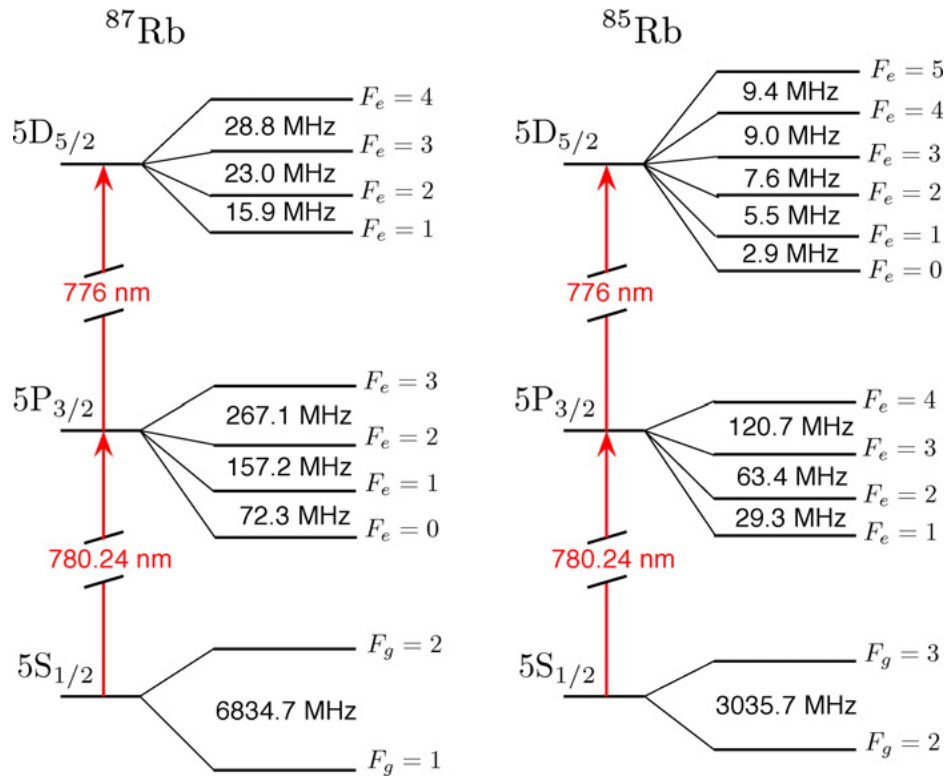


Figura 3.1: Esquema dos níveis de energia dos isótopos 85 e 87 do Rubídio. Extraído da referência [32].

3.2 Espectro de Absorção Saturada

Esta seção descreve o espectro de absorção saturada do átomo de Rubídio, que servirá para os experimentos como uma referência da escala de frequências envolvidas nas medidas; uma vez que o laser de diodo teve sua frequência de emissão variada continuamente através da aplicação de uma rampa de tensão triangular na corrente de injeção do laser. Assim, o espectro de absorção saturada serve para medir a varredura de frequência ou a dessintonia

do laser de diodo incidente na amostra atômica.

A distribuição de velocidades dos átomos em um vapor atômico segue uma distribuição gaussiana do tipo Maxwell-Boltzmann [32], assim, podemos observar a ocorrência do efeito Doppler nos sinais ópticos medidos. O perfil Doppler observado reflete a temperatura absoluta T na qual os átomos encontram-se no interior da célula aquecida. Devido ao movimento atômico na presença do feixe de laser de frequência ω_L , a frequência vista pelos átomos será:

$$\omega = \omega_L - \vec{k} \cdot \vec{v}, \quad (3.3)$$

onde \vec{k} é o vetor de onda da luz e \vec{v} é a velocidade atômica.

A obtenção do espectro de absorção saturada do Rubídio permite observar a estrutura hiperfina, a qual tipicamente está oculta pelo efeito Doppler no espectro de absorção linear. Para isto utilizamos um laser de diodo operando em 780 nm. O processo consiste em fazer o feixe vindo do laser (feixe forte) passar pela célula que contém o vapor alcalino; em seguida outro feixe do mesmo laser, com uma intensidade menor, é colocado contrapropagante e superposto ao primeiro. Este segundo feixe é chamado de feixe de prova. O esquema da absorção saturada está representado na figura 3.2.

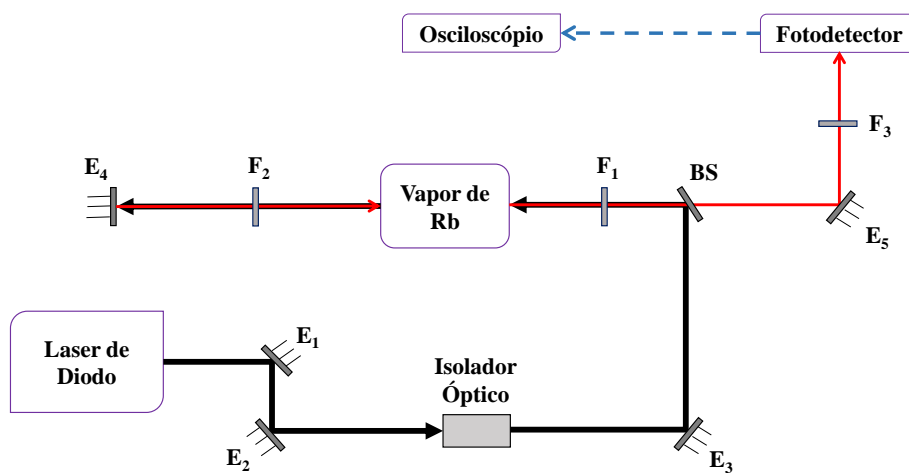


Figura 3.2: Esquema experimental da absorção saturada. Legenda: BS - divisor de feixes (beam splitter); E_1 , E_2 , E_3 , E_4 e E_5 - espelhos; F_1 , F_2 e F_3 - filtros.

O feixe forte ao passar pela célula interage com um grupo de átomos com componentes de velocidades aproximadamente iguais a $v_z = 0$ e satura estes átomos; em seguida passa o feixe de prova que não é mais absorvido pelos mesmos átomos, resultando nos picos referentes às ressonâncias com os níveis hiperfinos do Rubídio. Na figura 3.3 está representada a transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ para os níveis $F_g = 2$ do ^{87}Rb e $F_g = 3$ do ^{85}Rb . Quando a frequência do laser está situada entre dois níveis hiperfinos, $\omega_L = (\omega_1 + \omega_2)/2$, o feixe interage com dois grupos de átomos, com $+v_z$ e $-v_z$. Assim o perfil da absorção saturada mostra picos mais intensos devido à interação com os dois grupos de átomos, os quais são os “crossovers” que são os picos não nomeados na figura 3.3.

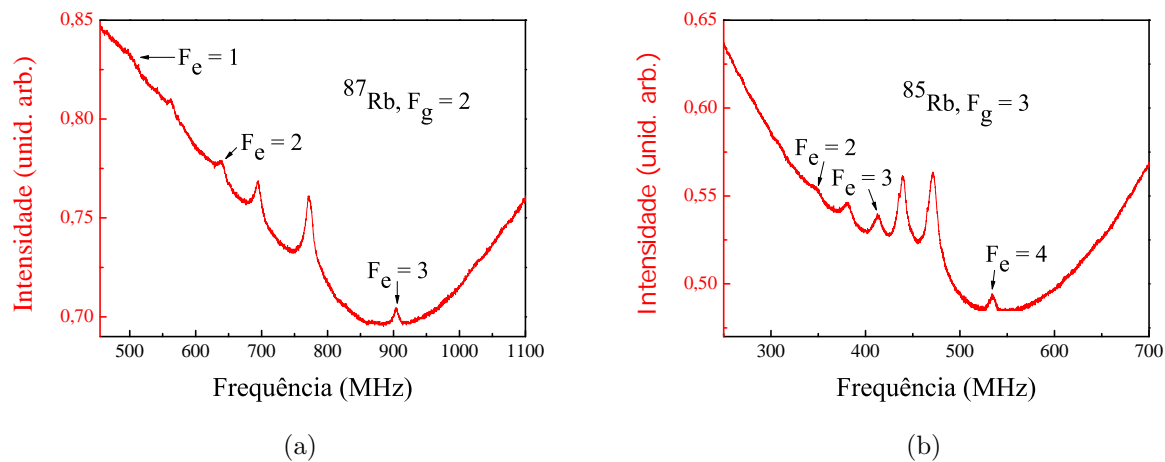


Figura 3.3: Espectroscopia de absorção saturada de um vapor de Rubídio, obtida medindo a transmissão do feixe de prova. Os picos sinalizados representam as transições entre os níveis hiperfinos e os picos não sinalizados correspondem aos “crossovers”.

3.3 Descrição do Aparato Experimental

A figura 3.4 descreve o aparato experimental utilizado para obter as medidas deste trabalho. Basicamente temos uma célula contendo vapor de Rubídio, a qual foi aquecida entre 50°C e 110°C com o objetivo de aumentar a densidade de átomos em seu interior. A partir da temperatura absoluta T podemos determinar a densidade atômica no interior da

célula, utilizando a equação da referência [33]:

$$\log_{10}(N) = -\frac{A}{T} - (B + 1) \log_{10}(T) + C + 18,985, \quad (3.4)$$

onde N é a densidade atômica da amostra expressa em átomos/ cm^3 , T é a temperatura absoluta (em Kelvin), $A = 43021$, $B = 1,5$ e $C = 11,722$ são constantes empíricas.

Foi usado um laser pulsado de Ti:safira (a ser comentado em detalhe na sequência), o qual emite um trem de pulsos, cada pulso com duração de aproximadamente 100 femtossegundos, com uma taxa de repetição em torno de $f_R = 1,01$ GHz e comprimento de onda da ordem de 780 nm. O laser pulsado no regime de modos travados (“modelocked”) tem uma largura de banda da ordem de 15 nm e sua taxa de repetição foi medida com um analisador de espectro, Agilent N9320B, conectado a um fotodetector rápido de 1 ns, o qual recebe uma pequena reflexão do feixe pulsado vindo do cubo polarizador PBS (divisor de feixes por polarização). Devido a sua grande largura espectral, este laser pulsado consegue excitar simultaneamente as transições $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ e $5P_{3/2} \rightarrow 5D$, usando dois de seus modos presentes no pente de frequências. Por este motivo o sinal de fluorescência detectado tem um grande fundo (“background”) devido somente às transições feitas pelo laser de Ti:safira. Um laser de diodo contínuo (“cw”) com comprimento de onda igualmente em 780 nm e com uma largura de linha próxima a 1 MHz foi usado para excitar a primeira transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ do Rubídio. Uma parte do feixe deste laser de diodo foi desviada para um experimento de absorção saturada, o qual serviu como referência para a calibração da escala de frequências dos experimentos. Serão dadas na sequência mais informações sobre este laser de diodo.

Os feixes dos lasers de diodo e Ti:safira são focalizados pela lente L_1 (distância focal de 30 cm) no centro da célula, incidindo de forma copropagante e com polarizações perpendiculares. Pelo fato dos feixes serem copropagantes os picos aparecem mais largos em relação a um experimento de feixes contra-propagantes [21]. Seus diâmetros focalizados no centro da célula são respectivamente: 0,8 mm e 1,1 mm. Os átomos no interior da célula são excitados e ao decair geram o sinal de fluorescência. Tal fluorescência é coletada pela lente L_2 , na mesma direção (para frente) dos lasers incidentes, passa por um espectrômetro (Minimate), e é enviada para uma fotomultiplicadora Hamamatsu (FM), a fim de amplificar

o sinal óptico detectado no azul. Antes de chegar à fotomultiplicadora os feixes passam por um filtro que permite apenas a passagem de feixes no comprimento de onda que queremos estudar (421 nm), devido ao decaimento espontâneo (fluorescência) do estado intermediário $6P_{3/2}$ para o estado fundamental $5S_{1/2}$ do Rubídio. O decaimento espontâneo entre os estados $5D \rightarrow 6P_{3/2}$ do Rubídio não foi estudado e deve ocorrer no comprimento de onda do infravermelho distante ($5,2\mu\text{m}$). A fotomultiplicadora converte, pelo efeito fotoelétrico, os sinais luminosos detectados em sinais elétricos e os encaminha para análise no osciloscópio digital. No canal de entrada 1 do osciloscópio é monitorado o sinal de referência da absorção saturada; enquanto que no canal 2 do osciloscópio detecta-se o sinal óptico da fluorescência no azul.

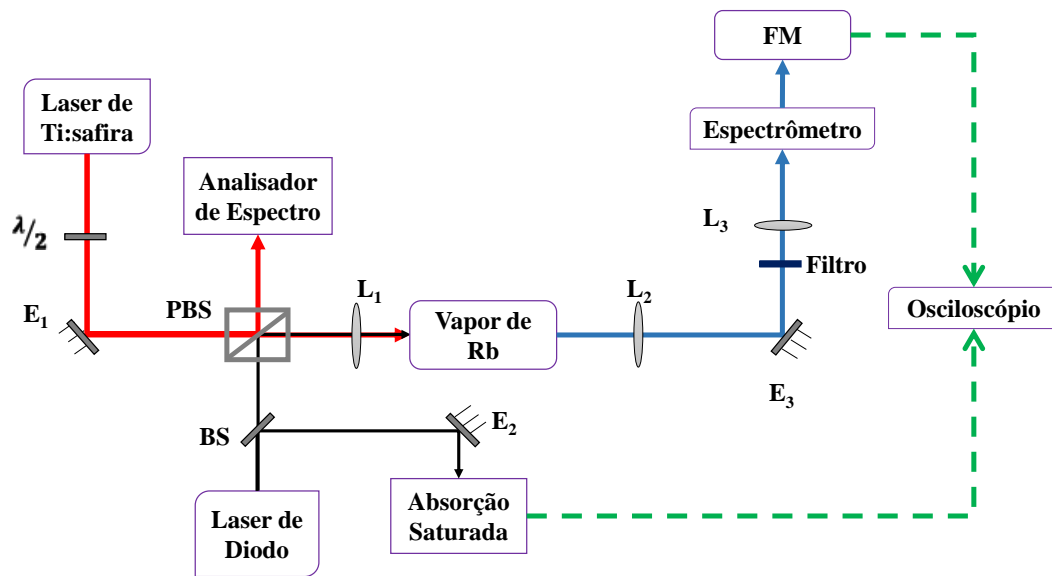


Figura 3.4: Esquema experimental. As linhas vermelhas e pretas representam o caminho percorrido pelos feixes dos lasers, a linha azul representa o sinal estudado e as linhas verdes representam os sinais eletrônicos detectados. Legenda: BS - divisor de feixes (beam splitter); PBS - divisor de feixes por polarização; L_1 , L_2 e L_3 - lentes esféricas convergentes; FM - fotomultiplicadora; $\frac{\lambda}{2}$ - placa de meia onda.

Como explicado no capítulo 2 deste trabalho, no processo de excitação dos átomos pelos lasers podemos considerar nosso sistema como constituído de três níveis em cascata.

Na figura 3.5 está representado o processo de absorção de dois fótons que ocorre no sistema atômico. Temos dois modos do laser de femtossegundos ($\omega_{m'}$ e ω_m) fazendo as duas transições $5S \rightarrow 5P \rightarrow 5D$ por absorção de dois fótons direta e não ressonante com o nível atômico intermediário ($5P$). O laser de diodo (ω_{cw}) é responsável pela primeira transição ressonante $5S \rightarrow 5P$, enquanto que um dos modos presentes do pente de frequências realiza a segunda transição $5P \rightarrow 5D$.

Estando no nível $5P$ os elétrons podem decair espontaneamente de volta para o estado fundamental $5S$. Quando se encontram no nível $5D$ os elétrons podem decair para dois níveis: o $5P$, e em seguida para o $5S$; bem como para o nível $6P$, para aí então decair para o estado fundamental, emitindo um sinal de fluorescência no azul (421 nm). Esta fluorescência na região do violeta/azul é o sinal óptico que detectamos e iremos analisar suas características em detalhe na sequência deste capítulo.

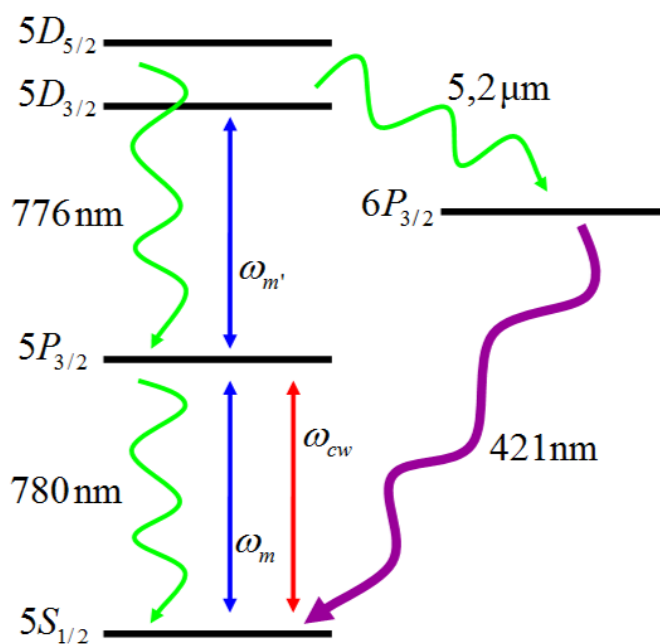
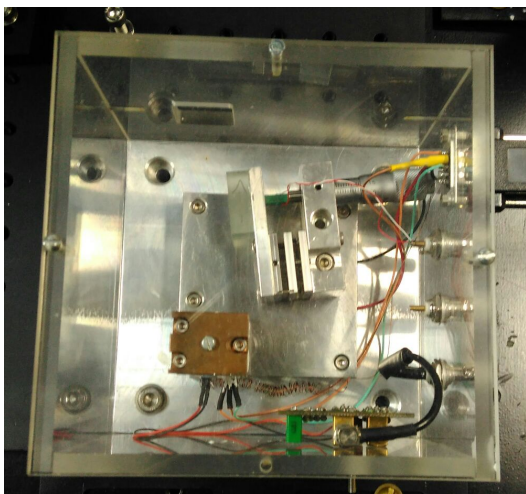


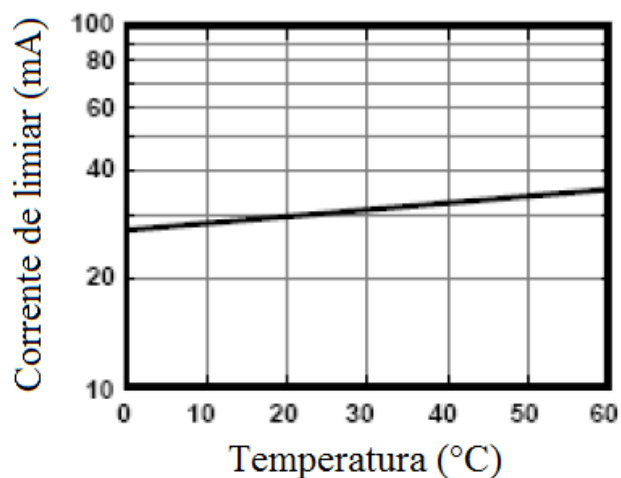
Figura 3.5: Diagrama simplificado dos níveis de energia e transições de interesse. O símbolo ω_{cw} representa a frequência do laser de diodo, enquanto que $\omega_{m'}$ e ω_m representam as frequências dos modos do pente de frequências mais próximas das ressonâncias mostradas na figura. As linhas curvas representam os possíveis caminhos que o átomo pode seguir no decaimento espontâneo.

3.4 O Laser de Diodo

Para o laser de diodo utilizamos o modelo DL7140-201S da Sanyo, como mostra a figura 3.6a. O sistema foi construído anteriormente no Laboratório de Espectroscopia Atômica do Departamento de Física da UFPE e conta com controle ativo de temperatura e corrente. Uma lente esférica é colocada logo após a saída da cabeça do laser para corrigir o forte astigmatismo intrínseco do laser de diodo. Para os experimentos realizados neste trabalho não foi necessário usar o estágio de cavidade estendida, tendo o laser uma largura de linha em torno de 1 MHz apenas com os controles de temperatura e corrente. Como comentado antes, este laser foi usado nos experimentos para acessar ressonantemente a primeira transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. O laser operou em 780 nm e numa temperatura de $26,6^\circ\text{C}$. A corrente elétrica que trabalhamos foi de 63,7 mA e tinha uma corrente de limiar em torno de 30 mA, como mostra a figura 3.6b. A sintonização em frequência ocorre através de uma rampa de tensão controlada por um gerador de funções, aplicada na corrente de injeção do laser. O controle da frequência do laser é feito através do experimento de absorção saturada.



(a)



(b)

Figura 3.6: Em (a) temos uma foto da montagem do laser de diodo usado em nossos experimentos. Em (b) temos uma curva característica do laser, a qual mostra o limiar de corrente para começar a emissão de luz em função da temperatura do laser (extraída de [34]).

Usamos uma câmera CCD da THORLABS [35], modelo DCU 224C, para medir o perfil espacial do feixe no foco, representado na figura 3.7a. Com a imagem obtida pela CCD, usamos o software MATLAB para estimar o diâmetro do feixe, como mostra a figura 3.7b, para o laser de diodo. Nosso modelo de CCD tem um pixel com tamanho $4,65 \mu\text{m}$, e com isso calculamos um diâmetro do feixe focalizado no centro da célula em torno de $0,8 \text{ mm}$.

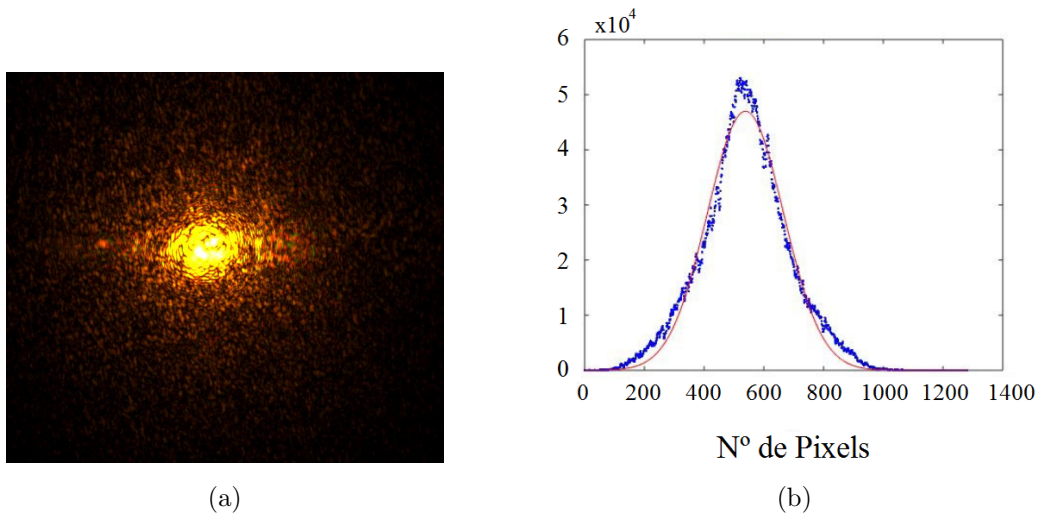


Figura 3.7: Em (a) temos a imagem do feixe do laser de diodo obtida com a CCD. Em (b) curva ajustada com o MATLAB para calcular o diâmetro espacial do feixe, onde a abscissa é medida em unidades de pixels da câmera.

3.5 O Laser de Ti:safira Pulsado

O laser usado para a geração do trem de pulsos ultracurtos foi um laser de Ti:Safira, tendo como meio ativo um cristal de safira dopado com íons de titânio. Utilizamos um modelo comercial TIS-ML-01 da BRLABS [36] que está representado na figura 3.8. O laser de Ti:safira é um laser sintonizável entre 760 e 850 nm e tem uma taxa de repetição de aproximadamente 1 GHz ; podendo esta taxa ser controlada ativamente por um sistema de controle eletrônico que consiste em enviar uma tensão a um elemento piezoelétrico (PZT) montado em um dos espelhos internos à cavidade do laser, permitindo variar o tamanho

efetivo da cavidade óptica do laser. No nosso experimento a taxa de repetição não foi mantida travada, o que implicou na evolução temporal dos modos do laser pulsado, o que será discutido em detalhe mais adiante neste capítulo.

O laser de Ti:safira foi bombeado opticamente por um laser Verdi da Coherent de 5 W (laser do estado sólido de Nd:YVO4 bombeado por diodos ópticos). O laser Verdi tem uma potência máxima de operação de 5 W e um comprimento de onda de 532 nm. Trabalhamos com um potência do feixe na saída do laser de Ti:safira tipicamente na faixa de 470 mW para 5W de bombeio do Verdi. O laser de Ti:safira no regime de modos travados tem uma largura de banda da ordem de 15 nm. Um perfil do espectro de luz emitida pelo laser Ti:safira, obtido com um espectrômetro Ocean Optics [37] USB 4000-VIS-NIR está apresentado na figura 3.9.

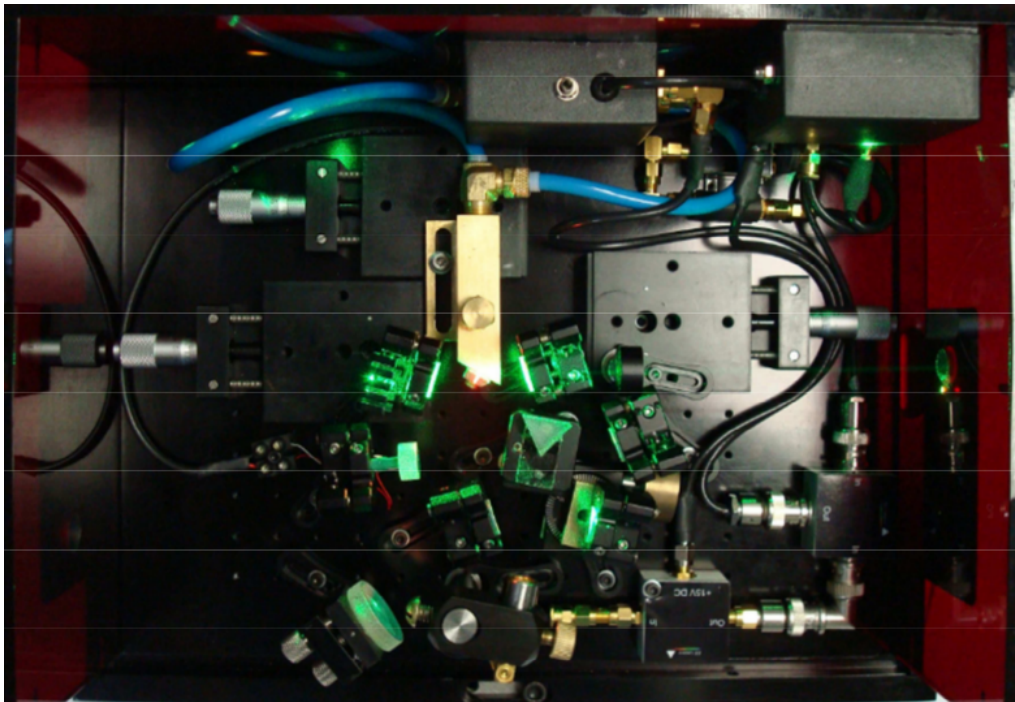


Figura 3.8: Temos a foto da cavidade do laser de Ti:safira usado em nossos experimentos (extraída de [17]).

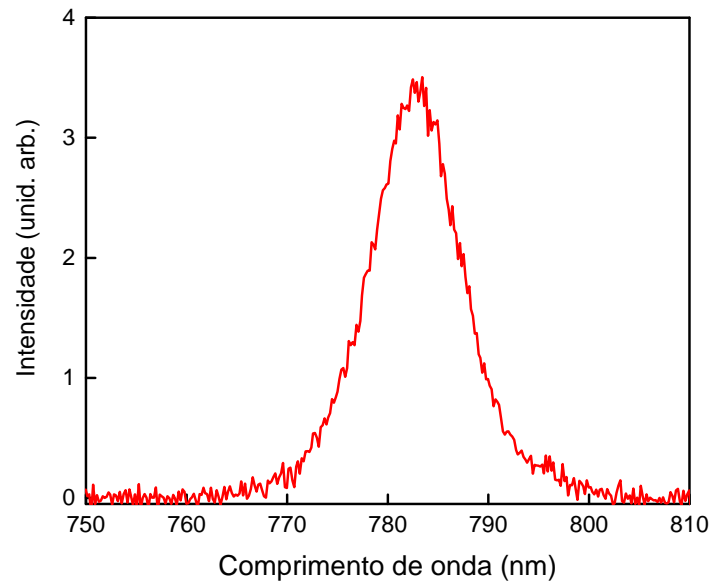


Figura 3.9: Temos um espectro de luz emitida pelo laser de Ti:safira.

Obtivemos o diâmetro do laser pulsado no foco, da ordem de 1,1 mm, usando o mesmo procedimento adotado no laser de diodo. A imagem da câmera CCD está visível na figura 3.10a e o ajuste no software MATLAB pode ser visto na figura 3.10b.

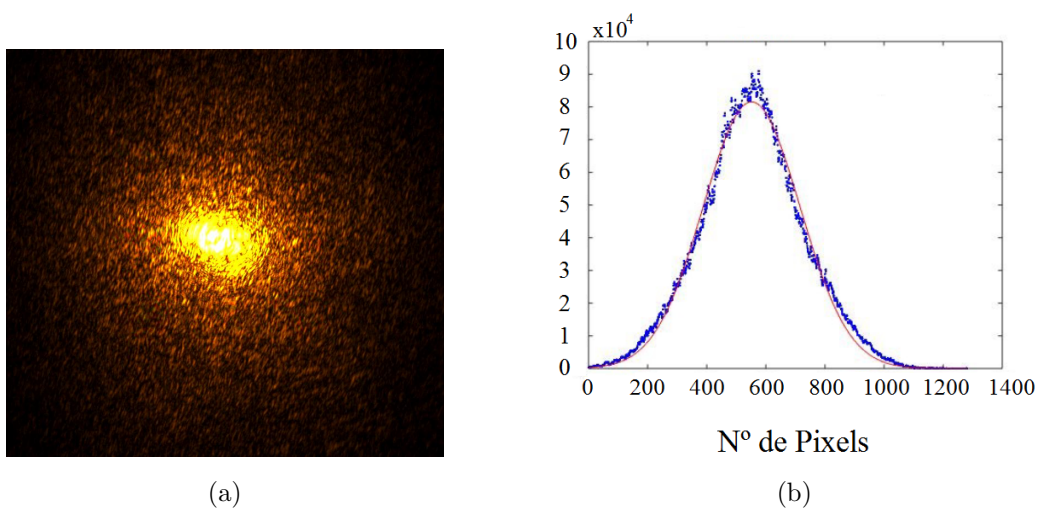


Figura 3.10: Em (a) temos a imagem do feixe do laser pulsado obtida com a CCD. Em (b) curva ajustada com o MATLAB para calcular o diâmetro do feixe, onde a abscissa é medida em unidades de pixels.

3.6 Resultados e Discussões

Nesta seção serão apresentados e discutidos os principais resultados obtidos neste trabalho. A princípio analisaremos algumas características gerais do sinal, por exemplo a origem do fundo presente e a separação dos picos no domínio de frequência. Em seguida, discutiremos o comportamento do sinal devido à variação de alguns parâmetros no experimento como: intensidade do laser de diodo, temperatura ou densidade atômica, taxa de repetição do laser de Ti:safira e também efeitos de bombeio óptico no sistema.

3.6.1 Características Gerais do Sinal de Fluorescência Detectado

Na figura 3.11 apresentamos o sinal de fluorescência em 421 nm emitido pelos átomos de Rubídio (com $T = 110^\circ\text{C}$) quando excitados simultaneamente pelos lasers de diodo e Ti:safira com intensidades $I_d = 50 \text{ mW/cm}^2$ e $I_{fs} = 3,9 \text{ mW/cm}^2$ por modo, respectivamente. Resolvendo a equação (2.17) para estes valores de intensidades temos os parâmetros de saturação (S_i) para cada transição: $S_1 = 30$ e $S_2 = 32$. Na figura a curva em azul representa o sinal de fluorescência gerado quando foi variada a frequência do laser de diodo. A curva em vermelho corresponde ao espectro de absorção saturada, usado como referência para calibrar a escala de frequência. Definimos o zero da escala de frequência na posição da transição cíclica: $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ do ^{87}Rb . Podemos ver que o sinal de fluorescência apresenta quatro picos coincidentes com a região das quatro linhas Doppler do espectro de absorção saturada do Rubídio, sendo que os mais intensos ocorrem próximos às linhas $^{87}\text{Rb}, F_g = 2$ e $^{85}\text{Rb}, F_g = 3$. Como já foi comentado antes, o fundo (“background”) do sinal é devido às transições feitas apenas pelo laser pulsado, quando dois dos seus modos podem induzir diretamente a transição $5S_{1/2} \rightarrow 5D$, sem ressonância com o estado atômico intermediário $5P$. Verificamos que o sinal de fundo depende apenas do laser pulsado bloqueando cada feixe de laser e notamos que o “background” era insensível ao laser de diodo. Podemos observar nesta figura que, conforme variamos a frequência do laser de diodo, sempre encontramos um grupo de átomos que, por efeito Doppler, poderá ser excitado para o estado $5P$. Entretanto, o sinal de fluorescência somente é observado quando um grupo de átomos também está

ressonante com um dos modos do pente de frequências e assim, o átomo é excitado para o nível 5D. Como os modos do pente de frequências estão separados de 1,01 GHz, só observamos sinal devido aos grupos de átomos que estão ressonantes simultaneamente com o laser de diodo e com um modo do Ti:safira. Isto faz com que sejam observados picos separados de aproximadamente múltiplos inteiros da taxa de repetição.

Os maiores picos do sinal de fluorescência estão localizados próximos da região das linhas Doppler referentes às transições cíclicas, pois estas são mais prováveis de ocorrer devido aos seus momentos de dipolo elétrico. Por exemplo, no ^{87}Rb , $F_g = 2$ este pico refere-se às transições $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3 \rightarrow F'_e = 4$. As demais transições contribuem com efeitos de bombeio óptico, motivo de estudo em uma seção posterior. Por serem mais intensos, iremos concentrar a análise do sinal gerado a partir dos estados fundamentais $F_g = 2$ no ^{87}Rb e $F_g = 3$ no ^{85}Rb . Na figura 3.11 vimos que os picos são separados, aproximadamente, por múltiplos 1,01 GHz, que é o valor da taxa de repetição do laser de Ti:safira. Na sequência iremos discutir como o sinal de fluorescência varia em função da mudança nesta taxa de repetição do laser pulsado.

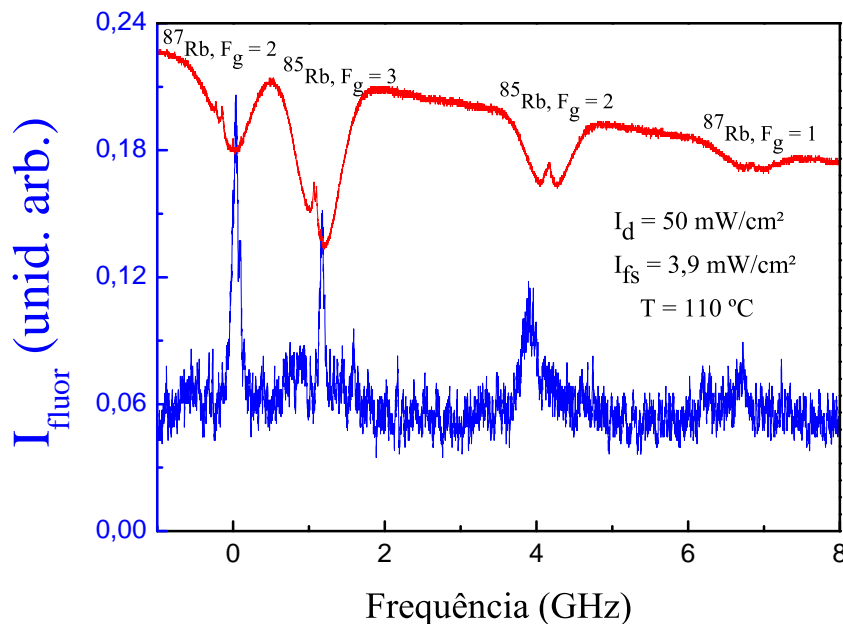


Figura 3.11: Em azul temos o sinal de fluorescência em função da frequência do laser de diodo. Em vermelho, o espectro de absorção saturada, usado como referência de frequência.

3.6.2 Evolução dos Modos do Ti:safira

Na figura 3.12 apresentamos três curvas (verde, marrom e azul) que representam o sinal de fluorescência gerado. As curvas foram tiradas nas mesmas condições, porém com um intervalo de tempo entre as medidas. A curva em vermelho corresponde ao espectro de absorção saturada, usado como referência para calibrar a escala de frequência.

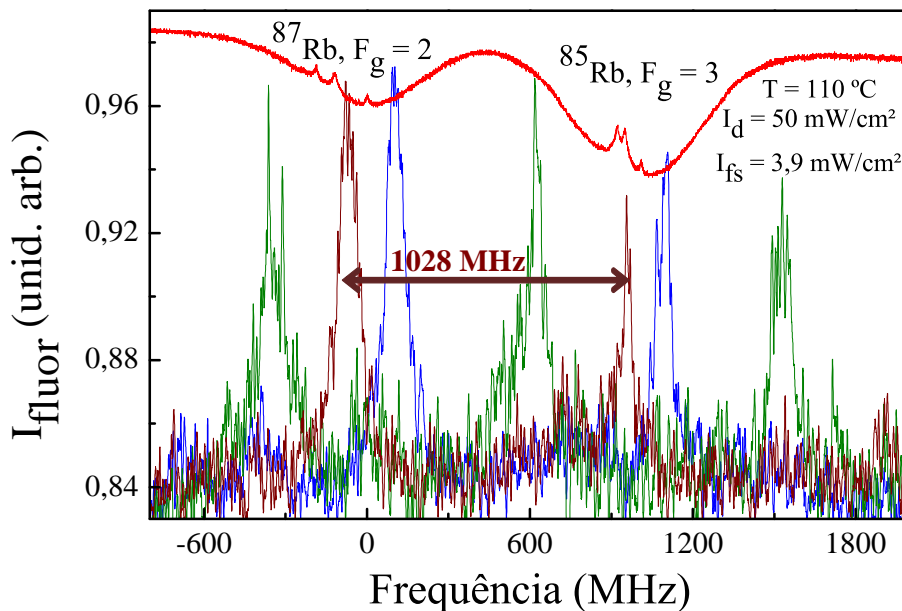


Figura 3.12: Curva em vermelho representa a absorção saturada, e as demais curvas representam o sinal de fluorescência gerado, evoluindo no tempo.

O laser de Ti:safira usado durante o experimento estava com uma taxa de repetição em torno de 1,01 GHz, embora não estivesse com essa taxa de repetição travada. Assim, devido a pequenas flutuações térmicas na cavidade, a taxa de repetição do laser pulsado podia variar de alguns KHz durante uma sequência de medidas ao longo de alguns minutos. Não tínhamos portanto, precisão suficiente para medir esta variação na taxa de repetição. Mas, aplicando esta variação na equação (2.3) podemos perceber que a frequência do modo do

laser de femtossegundos podia variar de alguns MHz. Uma vez que os modos do laser pulsado estavam livres (“free running”) para se movimentar, observamos uma variação dinâmica no sinal de fluorescência detectado no azul ao longo das linhas Doppler. Como a frequência do laser de diodo também estava sendo variada, tínhamos o laser de diodo em ressonância com vários grupos de átomos diferentes, fazendo a primeira transição. Quando este grupo, que foi excitado, encontrava um modo do laser de femtossegundos para completar a segunda transição atômica, o sinal de fluorescência sofria um aumento significativo. Sendo assim, conseguimos observar os modos do laser de femtossegundos evoluindo ao longo das linhas Doppler como representado na figura 3.12.

3.6.3 Dependência do Sinal com a Intensidade do Laser de Diodo

Nesta seção iremos estudar como o sinal de fluorescência gerado depende da intensidade do laser de diodo. A intensidade do laser de Ti:safira foi mantida fixa ($3,9 \text{ mW/cm}^2$ por modo), juntamente com a temperatura da célula de Rubídio ($110 \text{ }^\circ\text{C}$). Na figura 3.13 temos os espectros obtidos para a linha Doppler $^{87}\text{Rb}, F_g = 2$, variando a intensidade do laser de diodo (I_d) e mantendo os demais parâmetros fixos. A curva vermelha é o espectro de absorção saturada usado como referência e a curva azul representa o sinal de fluorescência gerado pelo sistema. Como mostrado anteriormente, a intensidade do sinal de fluorescência depende da posição da linha Doppler em que os átomos são excitados. Assim, analisamos a dependência do sinal com I_d , sempre para uma mesma posição em frequência.

Começamos com uma intensidade do laser de diodo baixa e fomos aumentando-a, com o objetivo de entender a dependência do sinal com a variação de intensidade. Na figura 3.13a a intensidade do laser de diodo corresponde a $0,05 \text{ W/cm}^2$ e tivemos uma largura a meia altura de $[110 \pm 10] \text{ MHz}$ (FWHM) no pico da fluorescência. Na figura 3.13b aumentamos a intensidade do laser de diodo para $0,11 \text{ W/cm}^2$ e percebemos um aumento tanto na intensidade do sinal de fluorescência, quanto na largura a meia altura, indo esta última para $[150 \pm 10] \text{ MHz}$. Na figura 3.13c aumentando um pouco mais a intensidade do laser de diodo para $0,29 \text{ W/cm}^2$ e temos mais uma vez um aumento na largura a meia altura

e na intensidade do sinal gerado, com uma largura FWHM de $[240 \pm 10]$ MHz.

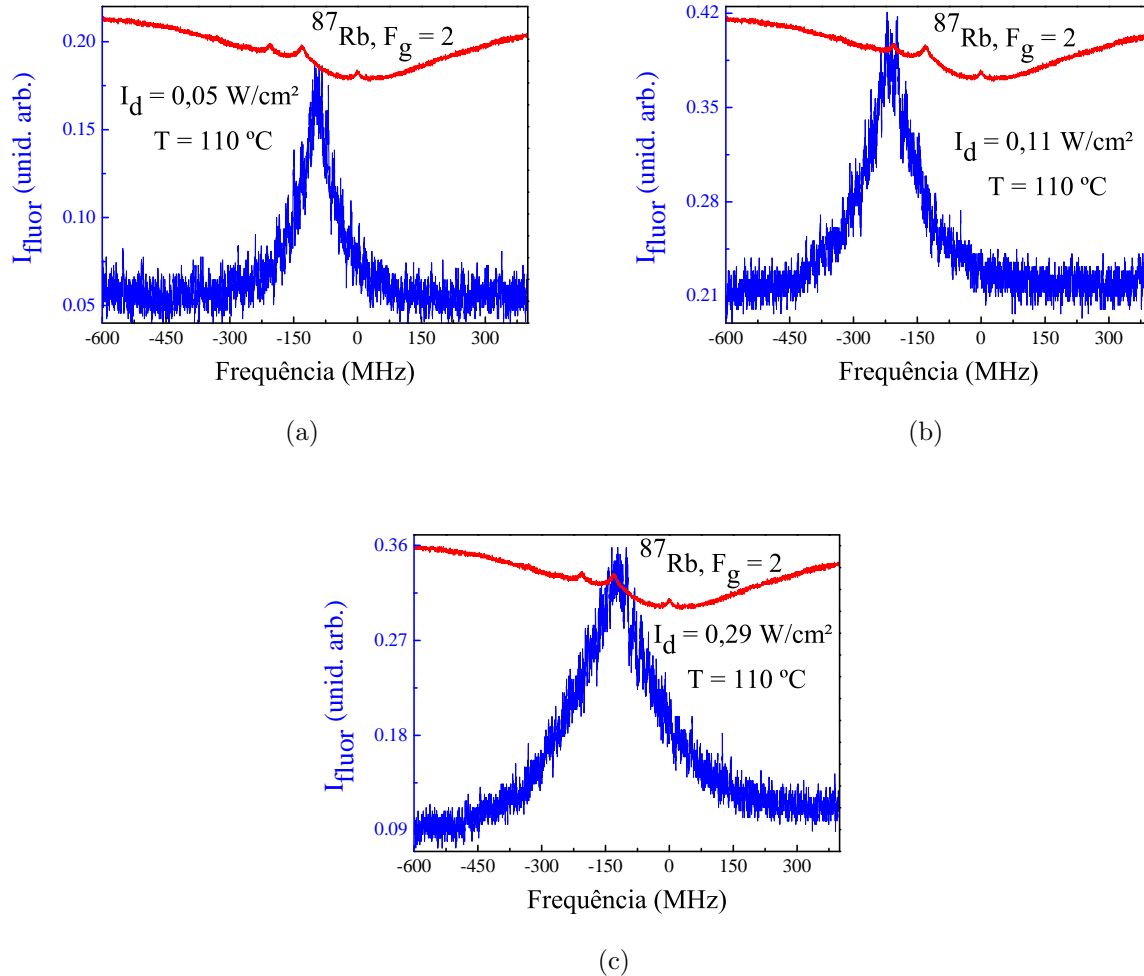


Figura 3.13: Intensidade da emissão azul como função da frequência do laser de diodo, para intensidades do laser de diodo (I_d) entre $0,05 \text{ W/cm}^2$ e $0,29 \text{ W/cm}^2$. A densidade atômica e a intensidade do laser de Ti:safira foram mantidas fixas.

Podemos entender este alargamento do sinal devido ao aumento da intensidade do laser de diodo, pois o laser está tão intenso que consegue excitar diferentes grupos de átomos com velocidades distintas, mesmo que não estejam em ressonância, aumentando assim a população que pode ser excitada e gerar o sinal azul. Na figura 3.14 mostramos um novo conjunto de medidas que também indicam a dependência da largura do pico de fluorescência

com a variação da intensidade do laser de diodo. As análises foram feitas nas linhas Doppler $^{87}\text{Rb}, F_g = 2$ e $^{85}\text{Rb}, F_g = 3$.

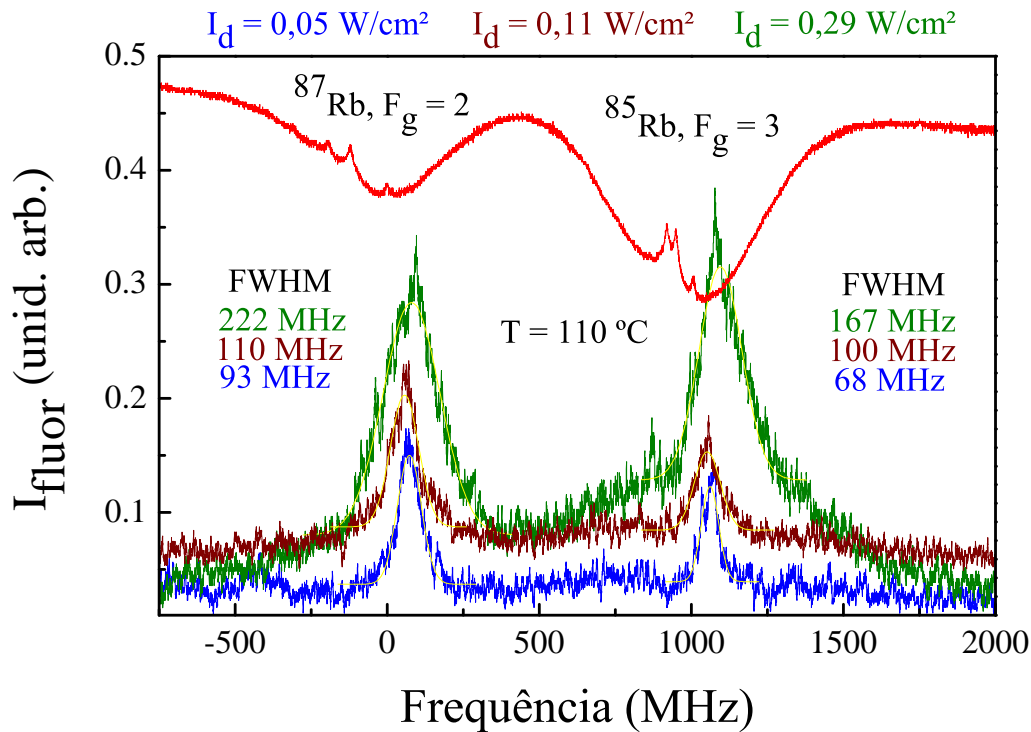


Figura 3.14: Intensidade da emissão azul como função do laser de diodo, para intensidades do laser de diodo (I_d) entre $0,05 \text{ W/cm}^2$ e $0,29 \text{ W/cm}^2$. A densidade atômica e a intensidade do laser de Ti:safira foram mantidas fixas.

Para uma melhor análise da dependência do sinal com a intensidade do laser de diodo, fizemos gráficos (log-log) dos valores da largura plena a meia altura (FWHM) e da intensidade do sinal (I_{fluor}) pela intensidade do laser de diodo (I_d), realizando um “fitting” linear conseguimos medir a inclinação da reta que melhor ajusta os pontos, como está representado na figura 3.15.

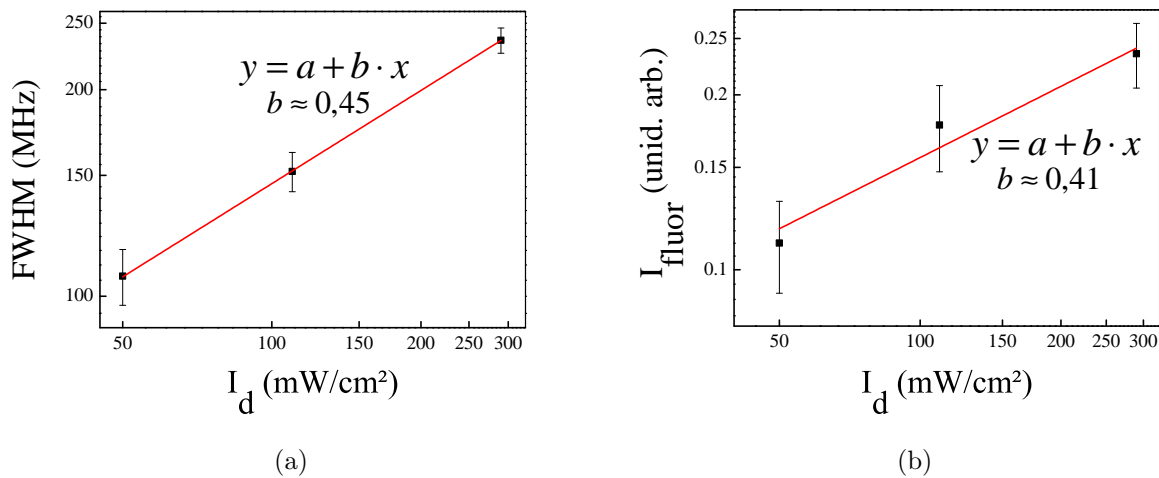


Figura 3.15: Gráficos log-log da largura a meia altura da fluorescência (a) e intensidade (b) em função da intensidade do laser de diodo. As curvas sólidas são ajustes lineares.

3.6.4 Influência da Média sobre as Medidas

A figura 3.16 mostra dois espectros típicos do sinal de fluorescência em função da frequência do laser de diodo. Em cinza temos uma curva gerada por uma única varredura do osciloscópio. Na curva em azul fizemos uma média com cinco varreduras do osciloscópio. A princípio o objetivo de realizar médias ou integrações nas medidas era melhorar a relação sinal/ruído, maximizando o sinal e minimizando os ruídos. Percebemos com a média alguns detalhes do sinal que ficaram mais nítidos e que antes estavam mascarados pelo ruído. Um destes detalhes foi a influência do bombeio óptico do laser de diodo, o qual será explicado na secção seguinte.

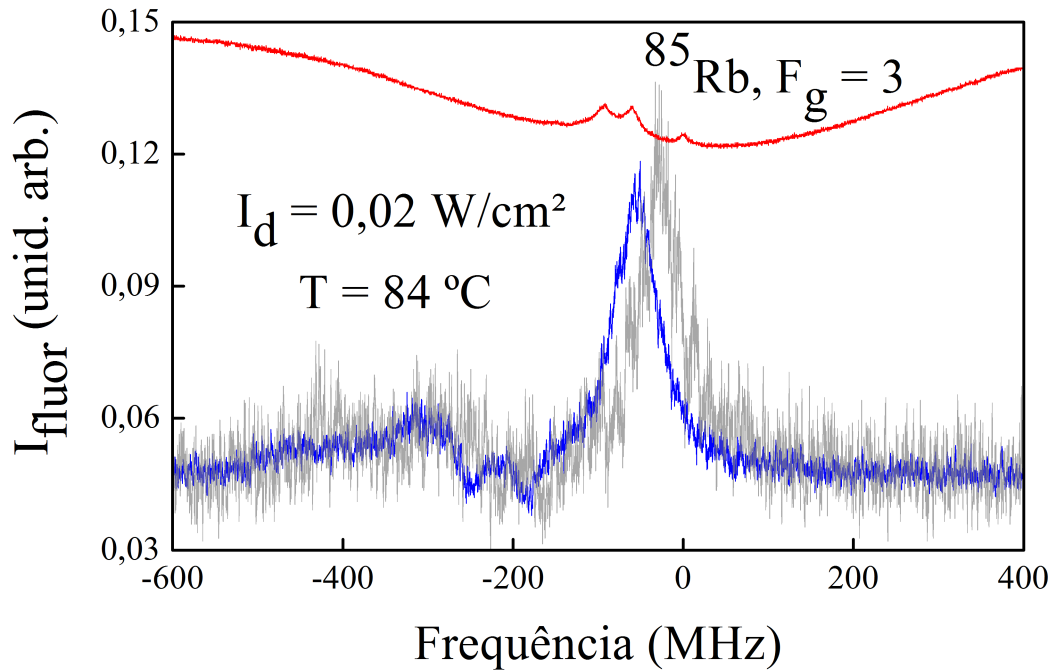


Figura 3.16: Sinal de fluorescência com média (azul) e sem média (cinza). Em vermelho, a absorção saturada.

3.6.5 Bombeio Óptico do Laser de Diodo

O sinal de fundo devido à transição de dois fótons, realizada somente pelo laser de femtossegundos, pode sofrer um aumento ou uma diminuição. Isto ocorre nos casos onde um mesmo grupo de átomos está ressonante com o laser de diodo, para uma transição de um fóton, e com o pente de frequências, para uma transição de dois fótons. Um possível esquema é apresentado na figura 3.17. A presença do laser de diodo (ω_{cw}) na transição $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ excita a população do nível hiperfino $F_g = 2$ para o hiperfino $F_e = 2$ e não encontrando um modo do Ti:safira para realizar a transição $F_e = 2 \rightarrow F'_e$, decaem para o nível hiperfino $F_g = 1$, o que diminui a população de átomos que podem ser excitados, por dois fótons do laser de femtossegundos, para o nível mais excitado F'_e do sistema. Um determinado grupo de átomos pode absorver dois fótons do laser de Ti:safira, dos modos $\omega_{m'}$ e ω_m , saindo do nível $F_g = 2$ e indo para um dos níveis F'_e do estado excitado 5D. Este

processo contribui para a fluorescência azul responsável pelo fundo. Entretanto, para uma determinada frequência do laser de diodo, este mesmo grupo de átomos pode ser excitado de $F_g = 2$ para $F_e = 2$ ou 1. Se estes átomos não encontram nenhum modo do pente de frequências que os excite para o estado 5D, eles acabam decaindo para 5S. Quando decaem para $F_g = 1$ não conseguem mais ser excitados pelo laser pulsado. O processo de excitação do diodo para o nível $F_e = 2$ ou 1 e o decaimento para $F_g = 1$ é conhecido como bombeio óptico.

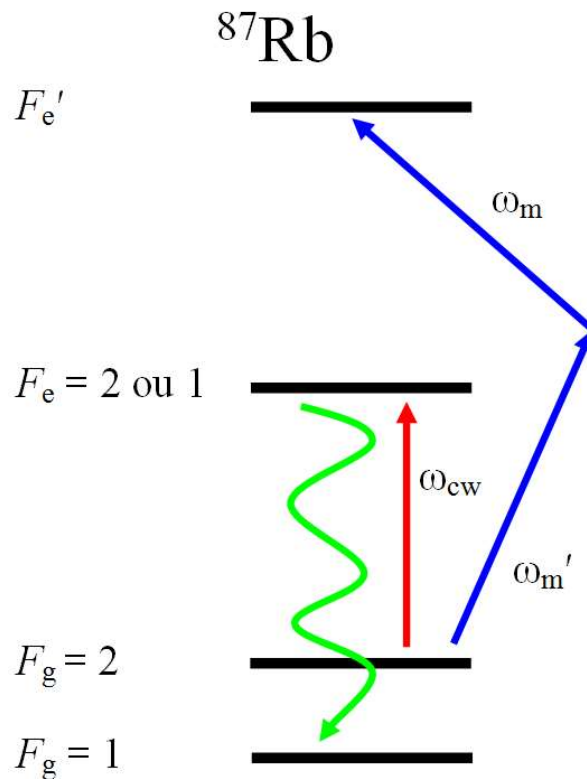


Figura 3.17: Influência do bombeio óptico do laser de diodo (ω_{cw}) na transição de dois fótons do laser de Ti:safira.

Na figura 3.18, estão duas curvas da fluorescência em função da frequência do laser de diodo, obtidas para uma média de cinco varreduras. Estas curvas mostram dois picos para baixo, os quais indicam uma diminuição do sinal induzida pelo bombeio óptico do laser de diodo [17]. Na figura 3.18a um dos picos ocorre devido a um mesmo grupo de átomos do ^{87}Rb estar ressonante com o laser de diodo na transição $F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$ e

com dois fótons com o laser de Ti:safira na transição $F_g = 2 \rightarrow F'_e$. O outro pico ocorre quando o diodo está na transição $F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$. A diferença de frequência é de aproximadamente 157 MHz. Seguindo o mesmo raciocínio, a figura 3.18b mostra os picos de bombeio óptico para o ^{85}Rb que acontece quando um grupo de átomos está ressonante com o laser de femtossegundos numa transição de dois fótons, $F_g = 3 \rightarrow F'_e$, e com o laser de diodo na transição $F_g = 3 \rightarrow F_e = 3$. O outro pico vem da transição $F_g = 3 \rightarrow F_e = 2$, como explicado anteriormente. Os picos estão separados de aproximadamente 66 MHz. As diferenças de frequência obtidas para ambos os isótopos são aproximadamente as separações dos níveis hiperfinos $F_e = 1$ e $F_e = 2$ para o ^{87}Rb e $F_e = 2$ e $F_e = 3$ para o ^{85}Rb , concordando com os dados da literatura [13].

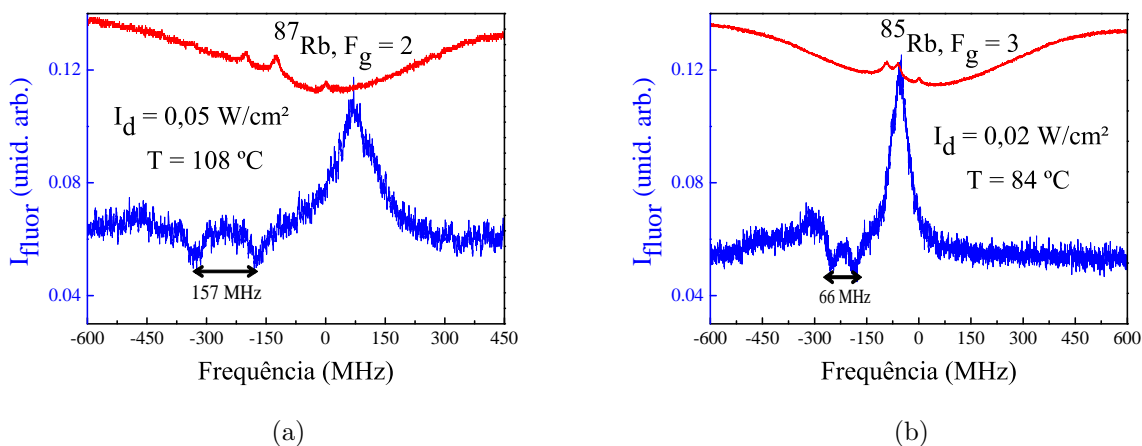
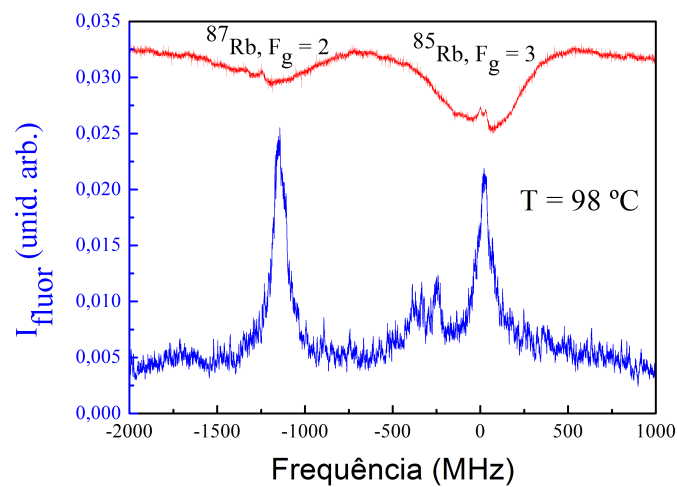


Figura 3.18: Fluorescência em função da frequência do laser de diodo, para a linha Doppler $F_g = 2$ do ^{87}Rb em (a) e $F_g = 3$ do ^{85}Rb em (b). Os picos induzidos por bombeio óptico do laser de diodo estão indicados pela separação de 157 MHz para o ^{87}Rb e de 66 MHz para o ^{85}Rb .

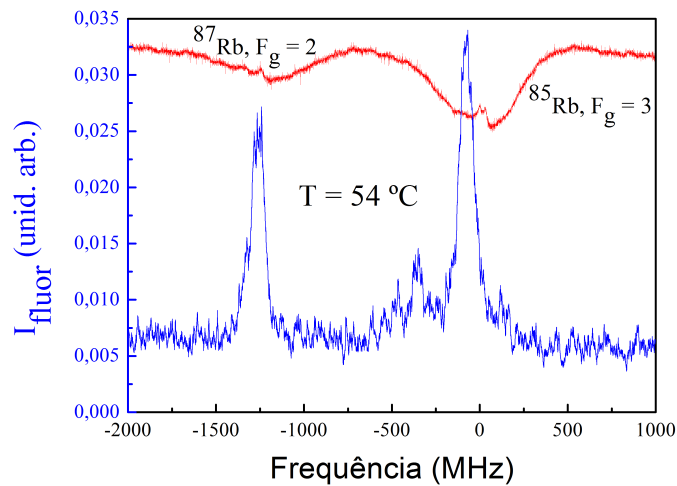
3.6.6 Influência da Densidade Atômica

Na figura 3.19 estão representados espectros do sinal de fluorescência em função da frequência do laser de diodo, variando a densidade atômica e mantendo fixas as intensidades do laser de diodo ($159,2 \text{ mW/cm}^2$) e do Ti:safira ($3,4 \text{ mW/cm}^2$ por modo). A curva vermelha

é a absorção saturada usada como referência. Percebemos que quando a densidade atômica na célula é baixa, temos que a intensidade do pico de fluorescência no isótopo 85 do Rubídio é maior que a intensidade do isótopo 87, como mostrado na figura 3.19b. Ao aumentarmos a densidade percebemos uma diminuição na intensidade da fluorescência no ^{85}Rb , representado na figura 3.19a. Como se observa na figura 3.19 conforme aumenta-se a temperatura, o isótopo 85 do Rubídio passa a absorver mais o feixe do laser de diodo e assim a intensidade da fluorescência diminui.



(a)



(b)

Figura 3.19: Espectros de excitação (curva azul) obtidos como função da frequência do laser de diodo para diferentes densidades atômicas. Em vermelho, a absorção saturada usada como referência.

Na figura 3.19 temos alguns picos menores que inicialmente suspeitamos que se tratava de bombeio óptico no sistema como visto e explicado anteriormente. Porém, a diferença de frequência entre os picos observados não corresponde a nenhuma das frequências que separam os subníveis hiperfinos do ^{85}Rb . Portanto, uma hipótese para entender melhor esses picos é que são gerados ainda pelas transições no ^{87}Rb , já que estão separados de aproximadamente o valor da taxa de repetição do laser pulsado.

Na figura 3.20 podemos perceber um efeito de alargamento das linhas Doppler causado pelo aumento da temperatura da célula de Rubídio. Assim, para altas temperaturas teremos basicamente uma única linha Doppler com os isótopos 85 e 87. O que fortalece a hipótese de que os picos menores da figura 3.19 são devidos ao ^{87}Rb , pois com esse alargamento podemos encontrar átomos do ^{87}Rb onde acharíamos ter apenas o ^{85}Rb .

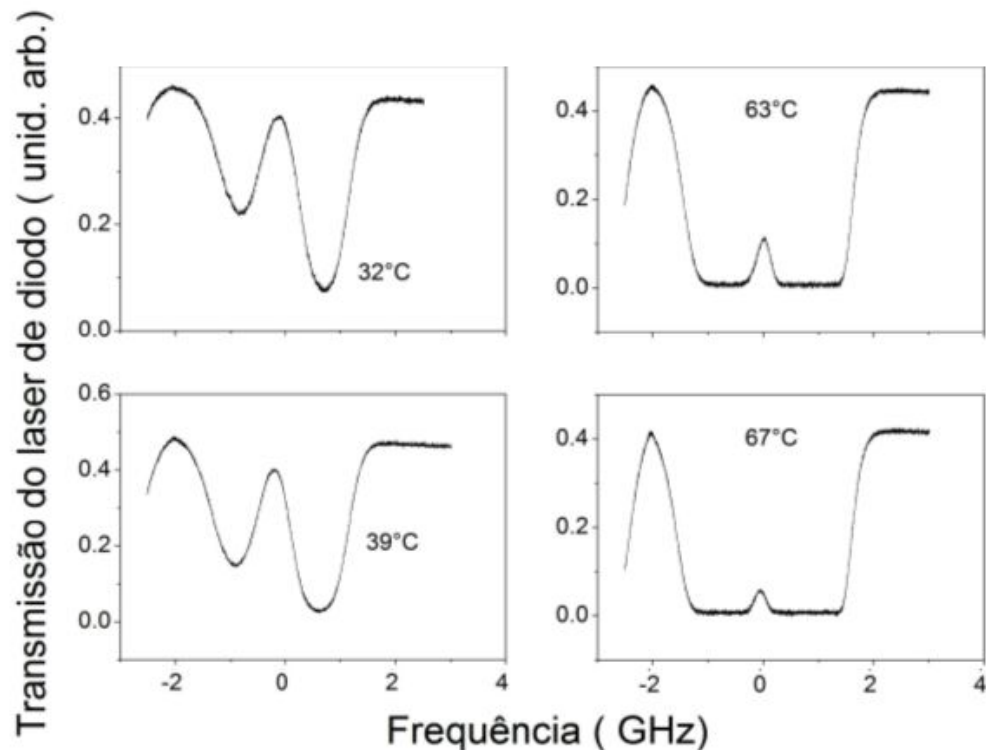


Figura 3.20: Absorção linear variando com a temperatura. Extraída de [38].

Capítulo 4

Conclusões e Perspectivas

Nesta dissertação de Mestrado, estudamos o sinal de fluorescência azul em 421 nm gerado pela interação de um vapor atômico de Rubídio com uma combinação de um laser de diodo e um laser pulsado de Ti:safira, numa configuração do tipo cascata.

Estudamos o espectro da fluorescência azul gerado para a frente, na mesma direção dos feixes de laser copropagantes, em função de alguns parâmetros do sistema como frequência e intensidade do laser de diodo. Fizemos um experimento de absorção saturada em uma célula de vapor de rubídio na temperatura ambiente do laboratório (21°C) para servir de referência da diferença de frequência entre os lasers e as transições atômicas entre níveis hiperfinos dos isótopos 87 e 85 do rubídio. Pudemos visualizar e analisar um alargamento do sinal acompanhando o aumento da intensidade do laser de diodo, devido a efeitos de saturação por potência.

Durante os experimentos a taxa de repetição do laser de Ti:safira não estava travada. Devido às pequenas flutuações térmicas na cavidade do laser pulsado, a taxa de repetição deste laser podia variar de alguns KHz. Como os modos do laser de femtossegundos estavam livres (“free running”) para se movimentar ao longo das linhas Doppler, observamos a evolução destes modos e a variação dinâmica do sinal de fluorescência detectado. Percebemos que as intensidades e larguras dos picos de fluorescência variam com a posição em que os modos do laser pulsado encontram-se na linha Doppler, devido às interações com diferentes grupos de átomos.

Fazendo-se médias para melhorar a relação “sinal-ruído” observamos um efeito de bombeio óptico do laser de diodo na transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$, que é visualizado pela variação da magnitude do sinal de fundo (“background”) da fluorescência detectada.

Observamos ainda que a densidade atômica é um parâmetro que modifica o sinal gerado. Detectamos mudanças significativas no espectro da fluorescência quando a densidade atômica da amostra era variada. Isso ocorre devido ao aumento da absorção do feixe do laser de diodo pelos átomos da amostra.

Conseguimos explicar qualitativamente o sinal óptico detectado através de uma análise teórica das equações ópticas de Bloch da matriz densidade para um sistema de três níveis em cascata interagindo com dois lasers contínuos.

Por fim, como perspectivas de continuidade do trabalho propomos travar a taxa de repetição do laser pulsado, o que permitirá estudar com maior controle e precisão a posição dos modos do laser de Ti:safira e com isso, obter resultados sobre a dependência do sinal de fluorescência com o deslocamento dos modos no espectro. Além disso, seria interessante inserir um campo magnético externo no sistema e uma blindagem magnética do campo terrestre, para estudarmos a resposta do sinal gerado com o campo externo aplicado, uma vez que a frequência dos níveis hiperfinos dependerá do campo aplicado ao sistema devido ao efeito Zeeman. Outra possibilidade é colocar o laser de Ti:safira para fazer a primeira transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$; enquanto que o laser de diodo faz a segunda transição $5P_{3/2} \rightarrow 5D_{5/2}$ para termos maior potência na segunda transição, e com isto, aumentar a intensidade do sinal gerado.

Referências Bibliográficas

- [1] W. Demtröder. *Laser spectroscopy: basic concepts and instrumentation*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [2] M. G. Mayer. Über elementarakte mit zwei quantensprüngen. *Annalen der Physik*, 401(3):273–294, 1931.
- [3] M. Pawlicki, H. A. Collins, R. G. Denning, and H. L. Anderson. Two-photon absorption and the design of two-photon dyes. *Angewandte Chemie International Edition*, 48(18):3244–3266, 2009.
- [4] R. W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 2007.
- [5] W. Kaiser and C. G. B. Garrett. Two-photon excitation in $\text{CaF}_2: \text{Eu}^{2+}$. *Physical review letters*, 7:229–231, Sep 1961.
- [6] T. H. Maiman. Optical and microwave-optical experiments in ruby. *Physical Review Letters*, 4(11):564, 1960.
- [7] A. Einstein. On the Quantum Theory of Radiation. In: Haar, D. T. *The Old Quantum Theory: The Commonwealth and International Library: Selected Readings in Physics*, pages 167. Elsevier, 2013.
- [8] M. Fleming and A. Mooradian. Spectral characteristics of external-cavity controlled semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 17(1):44–59, 1981.
- [9] J. Ye. *Femtosecond optical frequency comb: principle, operation and applications*. Springer Science & Business Media, 2005.

- [10] Prêmio nobel de física de 2005: Hänsch, T. W. e Hall, J. L. e a espectroscopia de precisão. <http://www.sbfisica.org.br/fne/Vol6/Num2/a14.pdf>.
- [11] The nobel prize in physics 2005: Glauber, R. J. and Hall, J. L. and Hänsch, T. W. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2005/.
- [12] M. P. Moreno, G. T. Nogueira, D. Felinto, and S. S. Vianna. Two-photon transitions driven by a combination of diode and femtosecond lasers. *Optics Letters*, 37(20):4344–4346, 2012.
- [13] N. Vujičić, T. Ban, G. Kregar, D. Aumiler, and G. Pichler. Velocity-selective double resonance in doppler-broadened rubidium vapor. *Physical Review A*, 87(1):013438, 2013.
- [14] M. B. Kienlen, N. T. Holte, H. A. Dasonville, A. M. C. Dawes, K. D. Iversen, R. M. McLaughlin, and S. K. Mayer. Collimated blue light generation in rubidium vapor. *American Journal of Physics*, 81(6):442–449, 2013.
- [15] The nobel prize in physics 2014: Akasaki, I. and Amano, H. and Nakamura, S. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2014/.
- [16] S. T. Cundiff. Phase stabilization of ultrashort optical pulses. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 35(8):R43, 2002.
- [17] M. P. Moreno. Excitação coerente de um vapor atômico por trens de pulsos ultracurtos e lasers contínuos, 2012. Tese de Doutorado - UFPE.
- [18] D. Felinto, C. A. C. Bosco, L. H. Acioli, and S. S. Vianna. Coherent accumulation in two-level atoms excited by a train of ultrashort pulses. *Optics Communications*, 215(1â3):69 – 73, 2003.
- [19] C. J. Foot. *Atomic physics*, volume 7. Oxford University Press, 2005.
- [20] A. Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley-Sons, 1989.
- [21] J. E. Bjorkholm and P. F. Liao. Line shape and strength of two-photon absorption in an atomic vapor with a resonant or nearly resonant intermediate state. *Physical Review A*, 14:751–760, Aug 1976.

- [22] P. L. Smith, C. Heise, J. R. Esmond, and R. L. Kurucz. Atomic Spectral Line Database. <http://www.pmp.uni-hannover.de/cgi-bin/ssi/test/kurucz/sekur.html>.
- [23] NIST Atomic Spectra Database Lines Form. <http://www.nist.gov/pml/data/asd.cfm>.
- [24] W. C. Magno. Espectroscopia óptica não-linear em sistemas atômicos envolvendo níveis de Rydberg, 2002. Tese de Doutorado - UFPE.
- [25] D. Felinto, L. H. Acioli, and S. S. Vianna. Accumulative effects in the coherence of three-level atoms excited by femtosecond-laser frequency combs. *Physical Review A*, 70:043403, Oct 2004.
- [26] N. R. Melo and S. S. Vianna. Two-photon resonant forward four-wave mixing in rubidium vapor involving rydberg states. *Journal of the Optical Society of America B*, 31(7):1735–1740, 2014.
- [27] F. A. Lira, M. P. Moreno, and S. S. Vianna. Observing the optical frequency comb in the blue fluorescence of rubidium vapor. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 48(24):245001, 2015.
- [28] W. Rooijakkers, W. Hogervorst, and W. Vassen. Laser cooling, friction, and diffusion in a three-level cascade system. *Physical Review A*, 56(4):3083, 1997.
- [29] R. M. Whitley and C. R. Stroud Jr. Double optical resonance. *Physical Review A*, 14(4):1498, 1976.
- [30] D. A. Steck. Rubidium 85 d line data. available online at <http://steck.us/alkalidata> (revision 2.1.6, 20 September 2013).
- [31] D. A. Steck. Rubidium 87 d line data. available online at <http://steck.us/alkalidata> (revision 2.1.4, 23 December 2010).
- [32] V. Jacques, B. Hingant, A. Allafort, M. Pigeard, and J. F. Roch. Nonlinear spectroscopy of rubidium: an undergraduate experiment. *European Journal of Physics*, 30(5):921, 2009.

-
- [33] A. Gallagher and E. L. Lewis. Determination of the vapor pressure of rubidium by optical absorption. *Journal of the Optical Society of America*, 63(7):864–869, Jul 1973.
- [34] Thorlabs. Datasheet: Infrared Laser Diode - DL7140-201S.
- [35] THOR Labs. <http://www.thorlabs.com>.
- [36] Br labs. <http://www.br-labs.com>.
- [37] Ocean optics. <http://www.oceanoptics.com>.
- [38] J. P. López. Emissão coerente no azul induzida por lasers de diodo e de femtosegundos em vapor de rubídio, 2015. Dissertação de Mestrado - UFPE.