



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

Departamento de Física

Programa de Pós- Graduação em Física Aplicada

**Variação diurna das propriedades multifractais da
velocidade do vento**

Romário José dos Santos

Dissertação de Mestrado

Recife-PE

JULHO/2022

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

Departamento de Física

Romário José dos Santos

**Variação diurna das propriedades multifractais da
velocidade do vento**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Física Aplicada como
exigência à obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof. Dr. Tatijana Stošić

Co-orientador: Prof. Dr. Antônio Samuel Alves da Silva

Recife-PE

JULHO/2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- J83vv Santos, Romário José dos
Variação diurna das propriedades multifractais da velocidade do vento / Romário José dos Santos. -
2022.
47 f. : il.
- Orientadora: Tatijana Stosic.
Coorientador: Antonio Samuel Alves da Silva.
Inclui referências.
- Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada, Recife, 2022.
1. Correlações de longo alcance. 2. Multifractal Detrended Fluctuation Analysis. 3. Velocidade do vento.
I. Stosic, Tatijana, orient. II. Silva, Antonio Samuel Alves da, coorient. III. Título

CDD 621

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA APLICADA

Variação diurna das propriedades multifractais da velocidade do vento

Romário José dos Santos

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Física Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 01 / 08/ 2022 pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Profa. Dra. Tatijana Stošić
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

Prof Dr Adauto José Ferreira de Souza

Prof Dr Jáder da Silva Jale

“Busquem, pois, em primeiro lugar o Reino de DEUS e a sua justiça, e todas essas coisas serão acrescentadas a vocês”.

(Mateus 6:33)

*Dedico à Sunamita Andrade, minha amada esposa e
companheira de todas as lutas, que com seus conselhos
sabios e sua paciencia imensuravel, me fizeram
trilhar caminhos de amor, paz e sabedoria.*

Agradecimentos

Agradeço a Deus, pela força e cuidado que Ele me concedeu todos os dias, principalmente quando achei que não tinha mais condições de continuar nessa caminhada, me tomando em Seus braços e seguindo ao meu lado sempre.

À minha Esposa Sunamita Andrade, por acreditar e apoiar meus sonhos, por todo amor e carinho que tem por mim e por toda paciência ao longo dos anos.

Também agradeço aos meus pais, por todo cuidado e apoio.

Agradeço a meu Irmão Jose Antonio por todas as ajudas e conselhos que me fizeram e me fazem superar as dificuldades.

Agradeço imensamente a minha orientadora Tatijana Stošić, por ter aceitado o desafio de me orientar ao longo deste curso, pois foi por conta da sua paciência sem igual e a dedicação, que é de inspiração em suas aulas e principalmente em nossas reuniões, que decidi não desistir.

Agradeço ao meu coorientador Antonio Samuel por está sempre disponível para tirar minhas duvidas e por todo auxilio no Rstuido que foi primordial na continuidade do projeto.

Agradeço em especial a Darlene Pereira, por me ajudar com praticamente todas as disciplinas, esclarecendo minhas dúvidas e também por toda paciência em nossas conversas.

Aos professores do programa de pos graduação em Física aplicada da UFRPE que contribuíram na minha formação acadêmica: Prof. Dr. Antônio de Pádua, Prof. Dr. Adauto José, e ao Prof. Dr. Anderson Barbosa por todo incentivo e apoio. Aos colegas de curso: Lucas Pereira e Oscar Cordeiro, por todos os auxilios (mesmo que virtuais) ao longo desses dois anos.

Em fim, que Deus abençoe imensamente cada um, muito obrigado a todos.

Resumo

Devido ao aquecimento solar, as variáveis climáticas, como temperatura da superfície do mar, precipitação e vento, apresentam variações diurnas distintas na região tropical. O conhecimento da variação diurna das propriedades estatísticas da velocidade do vento é importante para avaliação de recursos de energia eólica, estudos de clima extremo e estimativa de fluxos de superfície entre a atmosfera livre e a superfície terrestre subjacente. Na maioria das estações, a velocidade do vento de superfície atinge o máximo no período da tarde e o mínimo no início da manhã. Esta fase diurna mostra pequena variação sazonal, enquanto a amplitude diurna varia significativamente nas diferentes estações. Pelo fato do vento ser um fenômeno de suma importância na atmosfera é essencial um estudo mais detalhado para conhecer melhor a sua dinâmica. Neste trabalho, investigamos a variabilidade diurna das propriedades multifractais da velocidade do vento usando o método *Multifractal detrended Fluctuation Analysis* (MFDFA). Decompomos os dados horários (coletados em Recife PE, de 2010 a 2019) em todas as 24 séries temporais diárias para cada hora do dia (1, 2, ..., 24) e aplicamos o método MFDFA *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MFDFA) nas todas 24 séries. Analisamos a variabilidade diurna dos parâmetros de complexidade do espectro multifractal (posição de máximo, largura e assimetria) e verificamos que todas as séries temporais analisadas são multifractais com maior multifractalidade e maior persistência entre 12:00 e 21:00 quando a velocidade do vento é maior.

Palavras-chave: Correlações de longo alcance, Multifractal Detrended Fluctuation Analysis, Velocidade do vento.

Abstract

Due to solar heating, climatic variables, such as sea surface temperature, precipitation and wind, present distinct diurnal variations in the tropical region. Knowledge of the diurnal variation of statistical properties of wind speed is important for wind energy resource assessment, extreme weather studies and estimation of surface fluxes between the free atmosphere and the underlying land surface. In most locations, surface wind speeds reach a maximum in the afternoon and a minimum in the early morning. This diurnal phase shows little seasonal variation, while the diurnal amplitude varies significantly in different locations. Because the wind is a very important phenomenon in the atmosphere, a more detailed study is essential to better understand its dynamics. In this work, we investigate diurnal variation of multifractal properties of wind speed using the method Multifractal detrended fluctuation analysis (MFDFA). We decompose the hourly data (collected in Recife PE, from 2010 to 2019) into 24 daily time series for each hour of the day (1, 2, ..., 24), apply the MFDFA method on all 24 series. We analyze diurnal variation of complexity parameters of multifractal spectrum (the position of maximum, width and asymmetry) and verified that all analyzed time series are multifractal with stronger multifractality and stronger persistence between 12:00 and 21:00 when the wind speed is higher.

Keywords: Long range correlations, Multifractal Detrended Fluctuation Analysis, Wind speed

Lista de Figuras

Figura 1: Instrumentos utilizados para medir a velocidade e rajada do vento. a) Anemômetro; b) Anemógrafo. Fonte: INMET.....	17
Figura 2: Fractal determinístico Triângulo de Sierpinski. Fonte: (Mandelbrot, 1983).....	18
Figura 3: Exemplo de método box-counting: Linha Costeira da Grã-Bretanha, dimensão fractal 1.25 (Theiler, 1990).....	19
Figura 4: Exemplo de objeto multifractal: uma cidade vista de cima (A) e de lado (B) Fonte: (Seuront, 2009).....	20
Figura 5: Localização da estação de Recife, fonte: Google maps 2022.....	27
Figura 6: Representação gráfica do espectro multifractal com parâmetros multifractais: $\alpha_0 \sim 0,71$; $w \sim 0,3$;.....	30
Figura 7: Box plot para séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife.....	32
Figura 8: Ajuste da distribuição Weibull para as séries de velocidade de vento em Recife para os horários 03h e 16h.....	33
Figura 9: Parâmetro de escala da distribuição Weibull para séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife.....	34
Figura 10: Parâmetro de forma da distribuição Weibull para séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife.....	34
Figura 11: MDFA das séries de velocidade de vento em Recife para às 03h	36
Figura 12: MDFA das séries de velocidade de vento em Recife para às 16h	38
Figura 13: Parâmetro α_0 das séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife.....	37
Figura 14: Parâmetro w das séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife.	38
Figura 15: Parâmetro r das séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife.....	38

Lista de Tabelas

Tabela 1. Parâmetro de forma (k) e escala (c) de distribuição de Weibull para séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife	33
Tabela 2: Parâmetros multifractais das séries horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife	37

Sumário

Agradecimentos	7
Resumo	8
Abstract	10
Lista de figuras	11
Lista de tabelas	12
1. Introdução	13
2. Revisão de Literatura	15
2.1 Ventos	16
2.2 Fractais e Multifractais	17
2.2.1 Fractais	17
2.2.2 Multifractais	18
2.3 Processos Fractais e Multifractais	20
2.4 Correlação de Longo Alcance em Séries Temporais	20
2.4.1 Análise da Função de Autocorrelação	21
2.4.2 Análise Espectral	22
2.4.3 Análise de Hurst	22
2.4.4 Detrended Fluctuation Analysis	23
3. Dados e Metodologia	25
3.1 Dados	25
3.2 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MFDFA)	25
3.3 Parâmetros de Espectro Multifractal	27
3.4 Distribuição de Weibull	28
4. Resultados e Discussão	29
4.1 Distribuição de Weibull	30
4.2 Análise MFDFA	32
5. Conclusão	35
6. Referências	36

1. Introdução

Devido as contantes elevações do aquecimento solar e das variáveis climáticas, como temperatura da superfície do mar, precipitação e vento, apresentam variações diurnas distintas significativas na região tropical. O conhecimento da variação diurna das propriedades estatísticas da velocidade do vento é importante para avaliação de recursos de energia eólica, estudos de clima extremo e estimativa de fluxos de superfície entre à atmosfera livre e a superfície terrestre subjacente (Yu, Rucong; Li, Jian; Chen, Haoming, 2009)

O clima pode ser influenciado por vários fatores como latitude, altitude, massas de ar, continentalidade, mar, relevo e vegetação. Os elementos climáticos se combinam para criar condições climáticas. Esses elementos determinam o clima da região. Um dos fatores climáticos mais importantes é o vento que pode ser definido por variações nas pressões atmosféricas nas áreas de alta pressão (anticiclônica) para área de baixa pressão (ciclônica), e quanto maior a diferença entre elas maior a velocidade do vento definida como a distância percorrida pelo vento em um determinado intervalo de tempo, geralmente expressa em m / s ou km/h. (Vianello; Alves, 2006)

O vento é um dos fenômenos meteorológicos mais importantes, pois ventos fortes podem destruir edifícios, arrancar árvores ou criar condições perigosas de ondas no mar. Eles são responsáveis por transportar a poluição do ar e a precipitação para determinadas áreas onde normalmente não ocorrem, são essenciais na dispersão de pólen e sementes, bem como na formação de dunas e erosão do solo, e são fontes de energias renováveis (Ferreira, 2006).

Como o vento é um fenômeno muito importante na atmosfera um estudo, mais detalhado é essencial para entender melhor sua dinâmica. Sendo um fenômeno mais complexo na atmosfera, e como outros processos atmosféricos possui uma dinâmica multifractal (Lovejoy, 2018). Um método muito utilizado para descrever e quantificar a dinâmica do vento é *Multifractal detrended fluctuation analysis* (MFDFA), aplicado com sucesso em vários estudos. Desde o estudo pioneiro de multifractalidade na velocidade do vento utilizando esta metodologia que foi realizado em Dakota do Norte (EUA) (Kavasseri e Nagarajan, 2005), a dinâmica multifractal foi encontrada em séries temporais de velocidade do vento na China (Feng et al., 2009) Itália (Telesca; Lovallo, 2011), Espanha (García-Marín et al., 2013), Brasil (dos Santos, 2011) e Suíça (Telesca, 2016).

O objetivo geral deste trabalho é estudar as propriedades de escala de velocidade do vento por hora, a fim de quantificar as propriedades estatísticas de suas flutuações usando análise multifractal.

Os objetivos específicos foram:

1. Aplicar este método em 24 séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade do vento registradas em Recife durante o período de 2010 a 2019.
2. Investigar se a dinâmica do vento na cidade possui propriedades multifractais.
3. Verificar se existe diferença no espectro multifractal para a velocidade do vento diurno e noturno
4. Ajustar a Distribuição de Weibull em dados de 24 séries temporais horárias e comparar os parâmetros da distribuição para a velocidade do vento diurno e noturno

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 a revisão de literatura: característica do vento, fractais e multifractais, processos fractais e multifractais e métodos para análise de correlações

de longo alcance em séries temporais. No capítulo 3, serão descritos os dados utilizados neste trabalho e a metodologia que será aplicada, metodologia MFDFA, as medidas multifractais, expoente generalizado de Hurst $h(q)$, expoente de Rényi $\tau(q)$ e o espectro multifractal $f(\alpha)$ e a distribuição de Weibull. Nos capítulos 4 e 5 serão apresentados os resultados e as conclusões, respectivamente..

2. Revisão de Literatura

2.1 Vento

O vento é definido como o movimento horizontal do ar na atmosfera. Este fenômeno é resultado do movimento do ar de um ponto onde a pressão atmosférica é mais alta para um ponto mais baixo. A análise do vento foi introduzida nos estudos climáticos em 1820 por von Buch (Vianello; Alves, 2006).

O vento influi a vida na sociedade de muitas maneiras. Em altas velocidades, eles podem causar desolação, derrubar prédios e árvores e criar condições perigosas de ondas no oceano. Eles são responsáveis pelo transporte da poluição do ar e da precipitação pluviométrica.

O vento pode formar paisagens. dispersar pólen e sementes permitindo que as plantas sobrevivam e se dispersem. Pode ser usado para esportes, navegação e geração de energia eólica (Ferreira, 2006).

No estado de Pernambuco, os ventos predominantes são os alísios, que exercem grande influência nas condições climáticas da região ora minimizando, ora maximizando os efeitos térmicos decorrentes da insolação. Os ventos alísios são típicos nas regiões tropicais onde ocorrem durante todo o ano (Manso et al., 2014).

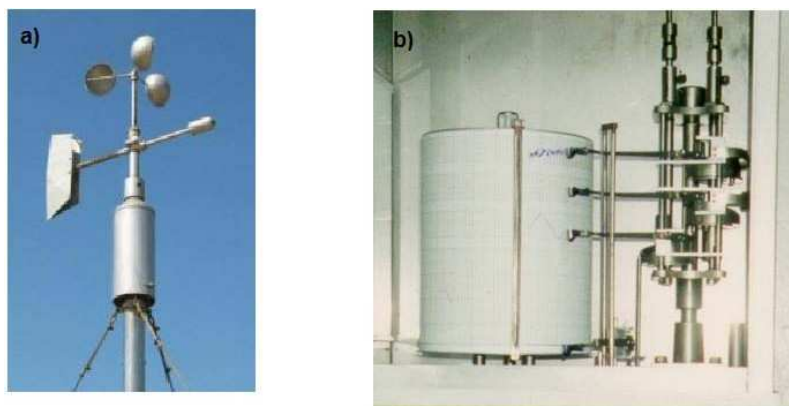


Figura 1: Instrumentos utilizados para medir a velocidade e rajada do vento. **a)** Anemômetro; **b)** Anemógrafo. Fonte: INMET

A velocidade média do vento é a distância em que o ar percorre em uma determinada unidade de tempo. A velocidade média do vento em um determinado período de tempo (*m/s* ou *km/h*) é registrada usando um instrumento chamado anemômetro, (Figura 1 a). Um anemômetro tem três ou quatro lâminas girando em torno de um eixo vertical. Quanto mais rápida a rotação, maior a velocidade do vento. Uma rajada é definida como um golpe súbito que excede a velocidade média do vento por um curto período de tempo não superior a 20 segundos. Tanto as rajadas quanto a velocidade do vento podem ser registradas usando um dispositivo chamado anemógrafo (Figura 1b). De acordo com o Instituto Nacional de Previsão Meteorológica (INMET), o anemógrafo registra continuamente as direções (em graus), velocidades instantâneas do vento (em m/s).

2.2 Fractais e Multifractais

2.2.1 Fractais

Um objeto fractal pode ser definido por duas características: auto-similaridade (quando uma parte do objeto se assemelha ao todo) e dimensão fracionária (quando o objeto possui dimensões não inteiras, em geral menor que o espaço dimensional euclidiano). O conceito de fractal se aplica a objetos que a definição da geometria euclidiana não se aplica.

(Lam, 2003).

Existem dois tipos de fractais: fractais determinístico e fractais estocásticos. Os fractais determinísticos têm a propriedade de auto-similaridade em todas as escalas e são gerados usando um processo iterativo que consiste na substituição de unidades por uma estrutura específica para cada tipo de fractal. Um exemplo de fractal determinístico é o triângulo de Sierpinski, que é construído ligando os pontos médios dos lados de um triângulo equilátero, criando quatro triângulos menores e excluindo o triângulo do meio. Este procedimento é repetido para os três triângulos restantes, e assim por diante, como vemos na Figura 2. O triângulo de Sierpinski tem uma dimensão de cerca de 1,58.

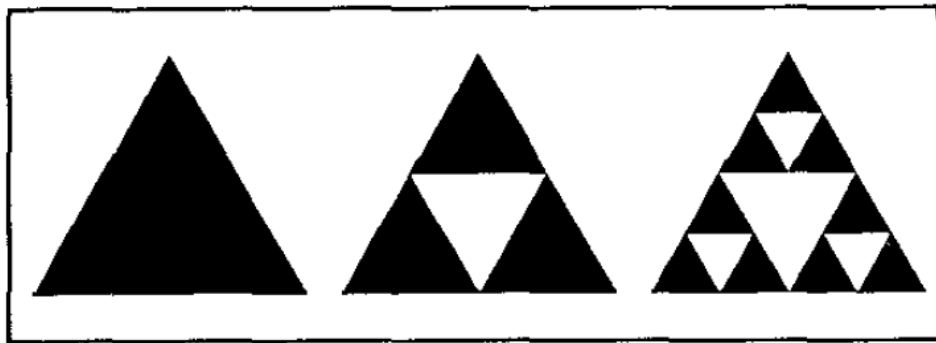


Figura 2: Fractal determinístico Triângulo de Sierpinski. Fonte: (Mandelbrot, 1983).

Os objetos fractais que existem na natureza não apresentam auto-similaridade em todas as escalas e chamam-se fractais estocásticos. Pode-se observar na Figura 3 que a visão ampliada de uma parte do linha costeira assemelha se a imagem completa, mas não apresenta auto-similaridade exata como no caso de fractais determinísticos. Os fractais estocásticos possuem auto-similaridade estatística. Existem vários métodos para calcular a dimensão de um objeto fractal, entre os quais mais, os mais usados são método *box-counting*, dimensão de informação (Theiller, 1990) e dimensão de correlação (Grassberger, 1983).

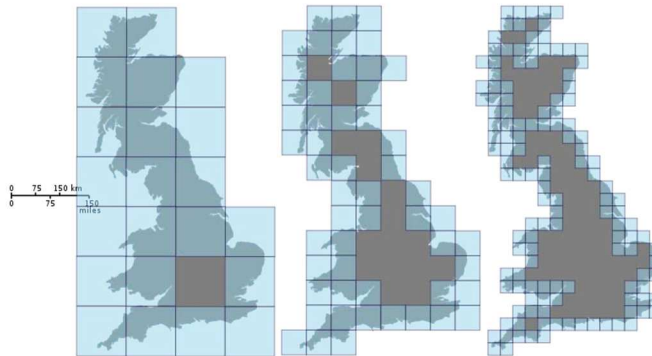


Figura 3: Exemplo de método *box-counting*: Linha Costeira da Grã-Bretanha, dimensão fractal 1.25 (Theiler, 1990)

O *box-counting* (Figura 3) é um método de estimar as dimensões fractais através de uma grade de dimensões r para cobrir cada objeto fractal. Em seguida, conte o número $n(r)$ de caixas com um ou mais pontos de estrutura, em que $n(r) \approx r^D$. A dimensão fractal é derivada da seguinte expressão [2.0]:

$$D = -\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(n(r))}{\log(r)} \quad [2.0]$$

e pode ser estimada como a inclinação negativa da linha indicada no gráfico $\log[n(r)]$ vs $\log(r)$ (Theiler, 1990).

2.2.2 Multifractais

Muitos objetos na natureza possuem características multifractais que podem ser consideradas como um conjunto de fractais onde um único expoente (dimensão fractal) não é suficiente para descrever sua invariância de escala, mas um conjunto de expoentes é necessário.

Um exemplo de multifractalidade é mostrado na figura 4 (Seuront, 2009). Imagina uma cidade vista diretamente de cima, Figura 4 (A) como um objeto preto e branco (preto para edifícios e branca para ruas e parques) A única informação que se tem é a distribuição dos edifícios e

as ruas onde não tem edifícios. Essa vista é chamada de suporte geométrico da cidade. Agora, muda-se o ângulo da vista e a cidade é observada em um ângulo aéreo, porém de lado Figura 4(B). A cidade preta e branca agora é um conjunto de edifícios de diferentes tamanhos, que é justamente a medida que se quer conhecer. É possível agora estimar a distribuição da vasta gama de alturas de edifícios. O subconjunto de edifícios em cada altura é caracterizado por uma dimensão fractal diferente, gerando um objeto multifractal.

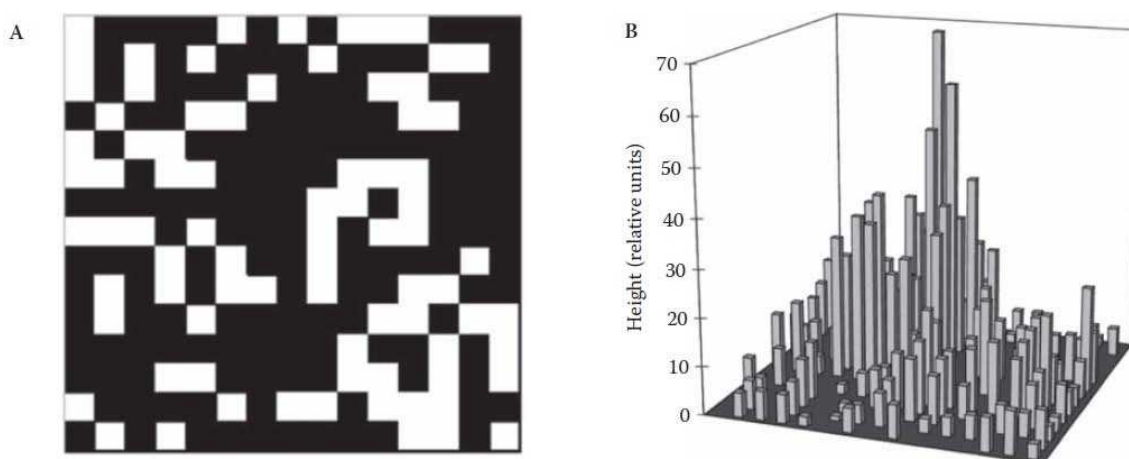


Figura 4: Exemplo de objeto multifractal: uma cidade vista de cima (A) e de lado (B) Fonte: (Seuront, 2009)

No cálculo da dimensão de contagem de caixas, o número de pontos dentro da caixa não é considerado e todas as caixas (com poucos e com muitos pontos) têm o mesmo peso no cálculo da dimensão fractal (Theiller, 1990). A dimensão generalizada (Grassberger, 1983) que descreve multifractalidade leva em conta o número de pontos na caixa. Primeiro conte o número de pontos (pertencentes à estrutura) M_i dentro da i -ésima caixa. A probabilidade de um ponto escolhido aleatoriamente na estrutura estar na caixa i é :

$$P_i = \frac{M_i}{M} \quad [2.1]$$

Em que M é o número total de pontos na estrutura. A dimensão generalizada é definida como

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log \sum_i P_i^q}{\log r} \quad [2.2]$$

Para fractais uniformes (monofractais) D_q não varia com q , para multifractais D_q diminui com o aumento de q .

O parametro $q, (-\infty < q < +\infty)$ fornece um “microscópio” para explorar diferentes regiões da estrutura: q positivos acentuam as regiões mais densas e q negativos as regiões menos densas. A dimensão máxima $D_{-\infty}$ está associado aos subconjuntos menos densos da estrutura e à dimensão mínima D_{∞} corresponde aos subconjuntos mais densos.

As estruturas que são caracterizadas por todo o espectro de dimensões generalizadas de $D_{-\infty}$ para D_{∞} são chamados de multifractais. Para $q = 0$ dimensão generalizada corresponde à dimensão de box-counting .

2.3 Processos Fractais e Multifractais

O conceito de fractais pode ser estendido a processos complexos com flutuações em múltiplas escalas de tempo. Essas variações temporais são caracterizadas pela autossimilaridade estatística, assim como os objetos fractais apresentam autossimilaridade em diferentes escalas espaciais (Gao; Fu, 2013). Para verificar a autossimilaridade estatística de uma série temporal são necessários dois fatores de escala, fator a para tempo t e fator a^α para variável $x(t)$:

$$x(t) = a^\alpha x(at) \quad [2.3]$$

onde “=”significa igualdade de propriedades estatísticas. O expoente α chama-se parâmetro de auto similaridade, este tipo de fractal chama se *self affine* (Kantelhardt, 2009).

Diferentemente dos processos fractais, que possuem as correlações de longo alcance descritas pela lei de potência com um expoente de escala,

nas séries temporais multifractais existem vários subconjuntos (subséries) caracterizados com diferentes expoentes de escala (Kantelhardt, 2009). Alguns exemplos dos processos fractais e multifractais são sinais fisiológicos (Goldberger, 2002; Ivanov, 1999; Namazi, 2018) séries temporais climáticas (Harrouni, 2009; Mali, 2015; De Lima, 1999) e dados financeiros (Frezza, 2021; Yao, 2020).

2.4 Correlação de Longo Alcance em Séries Temporais

Muitos processos na natureza não são processos aleatórios e mostram correlações de longo prazo (memória longa). Essa propriedade está presente em diversos fenômenos, como economia, fisiologia, engenharia, geofísica e meteorologia. Historicamente, a primeira técnica desenvolvida para analisar processos que possuem correlações de longo prazo foi desenvolvida por Hurst (1951) para descrever a dependência de longo prazo dos níveis de água em rios e reservatórios. (Beran, 1994)

2.4.1 Análise da Função de Autocorrelação

Em uma série temporal estacionária $y(i), i = 1, \dots, N$, com média $\langle y \rangle$ e variância σ^2 , função de autocorrelação é definida pela seguinte expressão [2.4]:

$$C(s) = \frac{\langle [y(i) - \langle y \rangle][y(i+s) - \langle y \rangle] \rangle}{\sigma^2} \quad [2.4]$$

em que, s é a defasagem da série (BERAN, 1994).

Se $y(i)$, são não correlacionados, o valor esperado de $C(s)$ é nulo para $s > 0$.

Se a serie $y(i)$ possui a correlação de curto alcance $C(s)$ apresenta a decaimento exponencial $C(s) \approx e^{-s/t}$. No caso de correlações de longo

alcance $C(s)$ diminua como uma lei de potencia $C(s) \propto s^{-\gamma}$ com expoente $0 < \gamma < 1$ (Beran, 1994).

(Rangarajan e Ding, 2000). Segundo Beran (1994) e Rangarajan e Ding (2000) essa interpretação não é recomendada para séries não estacionárias, pois a média não será bem definida.

2.4.2 Análise Espectral

O espectro de potências é definido como a transformada de Fourier de função de autocorrelação [2.5]

$$S(f) = c(0) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} c(n) \cos(2\pi fn) \quad [2.5]$$

Para séries temporais que possuem correlação de longo alcance $S(f)$ segue uma lei de potência

$$S(f) \sim f^{-\beta} \quad [2.6]$$

com $\beta = 1 - \gamma$. O expoente espectral β é obtido por meio da inclinação da reta $\log S(f)$ versus $\log f$. A análise espectral aplica-se nas séries temporais estacionárias (Rangarajan, G.; Ding, 2000)

2.4.3 Análise de Hurst

Esta análise é baseada em um passeio aleatório e foi desenvolvido por um engenheiro britânico H.E. Hurst quando ele estudou a vazão e o nível de água do rio Nilo, Egito (Hurst, H. E, 1951). Primeiramente na análise de *Hurst* divide-se a série x_i original em $N_s = \text{int}(N/s)$ segmentos de tamanho s e em cada segmento $v = 1, \dots, N_s$ a série original é integrada pela equação:

$$X_{vk} = \sum_{i=1}^k (x_{(v-1)s+1} - \langle x_v \rangle) \quad [2.7]$$

Onde $\langle x_v \rangle = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^k x_{(v-1)s+1}$ é a média local da série em segmento v .

Em seguida, para cada segmento calcula-se amplitude:

$$R_v(s) = \max X_{vk} - \min X_{vk}, k = (v-1)s + 1, \dots, vs$$

e o desvio padrão:

$$S_v(s) = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{i=1}^k (x_{(v-1)s+1} - \langle x_v \rangle)^2} \quad [2.8]$$

A função de flutuação de Hurst é definida pela expressão

$$F_{RS}(s) = \frac{1}{N_s} \sum_{v=1}^{N_s} \frac{R_v(s)}{S_v(s)} \sim s^H \text{ para } s > 1 \quad [2.9]$$

O expoente de Hurst H está relacionado ao expoente de correlação γ e expoente espectral β pela equação a seguir.

$$2H = 1 + \beta = 2 - \gamma \quad [3.0]$$

A interpretação do expoente H é a seguinte (Kantelhardt, 2009).

- i) Para ruído branco (série não correlacionada) $H = 0,5$. A função de autocorrelação decai exponencialmente.
- ii) O valor $0,5 < H < 1$ indica que a série original tem correlações persistentes de longo alcance: valores grandes (pequenos) são mais propensos a serem seguidos por valores grandes (pequenos), a função de autocorrelação diminui de acordo com uma lei de potencia $C(n) \approx n^{-\gamma}$, com $\gamma = 2 - 2H$.
- iii) Para $0 < H < 0,5$ a série é anti-persistente, o que significa que valores grandes (pequenos) são mais propensos a serem seguidos por valores pequenos (grandes);
- iv) O valor $H = 1$ representa um ruído tipo $1/f$ (o espectro de potências segue uma lei de potência $S(f) \approx f^{-\beta}$, com $\beta = 2h - 1 = 1$);

- v) Para $H > 1$ Correlações existem, mas elas não amenizam de acordo com uma lei de potência. Um caso especial $H = 1$ aponta para o ruído Browniano, que é uma integração de ruído branco.

2.4.4 Detrended Fluctuation Analysis

O método Detrended Fluctuation Analysis (DFA) foi introduzido por (Peng et. Al,1994) para quantificar correlações em séries temporais não estacionárias.

A vantagem deste método em relação aos métodos convencionais é que ele também evita falsas detecções de correlações de longo alcance que são artefatos de tendência incorporada no sinal (Hu, K.; Chen, Z.; et al 2001).

O algoritmo do DFA é dado a seguir:

- i- Inicialmente a série temporal original $x(i), i = 1, \dots, N$ é integrada produzindo:

$$x(k) = \sum_{i=1}^k [x(i) - \langle x \rangle], \quad k = 1, \dots, N$$

Em que $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k x(i)$ representa a média da série $x(i)$

- ii- A série integrada $x(k)$ dividida em $N_n = \text{int}(N/s)$ segmentos não sobrepostos de tamanho n e em cada segmento $s = 1, \dots, N_s$ a tendência local $X_{n,s}(k)$ (é feita com ajuste linear ou polinomial) é estimada e subtraída da série $x(k)$
- iii- A variância sem tendência é calculada como:

$$F_{DFA}^2(n) = \frac{1}{nN_n} \sum_{s=1}^{N_n} \sum_{k=(s-1)n+1}^{sn} [x(k) - x_{n,s}(k)]^2 \quad [3.1]$$

- iv- Este cálculo se repete para diferentes tamanhos dos segmentos, fornecendo a relação entre a função de flutuação $F_{DFA}(n)$ e o

tamanho do segmento n

- v- Se a série original $x(i)$ possui correlações de longo alcance, $F_{DFA}(n)$ é uma lei de potência;

$$F_{DFA}(n) \sim n^a$$

O expoente de escala a pode ser obtido como o coeficiente angular da reta $\log F_{DFA}(n)$ versus $\log n$. Para séries não correlacionadas $a = 0,5$, para séries persistentes $a > 0,5$ e para série anti-persistentes $a < 0,5$ (Peng, C.- K.; et al 1994). O método DFA foi amplamente utilizado na fisiologia (Castiglioni, 2008; Damouras, 2010; Pavlov, 2018), climatologia (Kocak, 2009; Király, 2005), hidrologia (Matsoukas, A.; et al, 2000, Labat, 2011), geofísica (Skordas, 2020; Ribeiro, 2014), ecologia (Zheng, 2008; Guo, 2015) e séries temporais financeiras (Costa, R. L.; Vasconcelos, G. L, 2003; Quin, 2015).

3. Dados e Metodologia

3.1 Dados

Neste trabalho, investigamos a variabilidade diurna de propriedades multifractais de velocidade do vento. Decompomos os dados horários coletados em Recife PE (Lat. -8,059167 Long.-34,959167 Alt.11,30m, Figura 6) de 2010 a 2019, em 24 séries temporais diárias para cada hora do dia (1, 2, ..., 24) e aplicamos o método Multifractal detrended fluctuation analysis (MFDFA). Os dados são disponíveis em INMET Instituto Nacional de Meteorologia, (<https://portal.inmet.gov.br/dadoshistoricos>)



Figura 5: Localização da estação de Recife, fonte: Google maps 2022.

3.2 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MFDFA)

O método MFDFA foi introduzido por (Kantelhardt et al., 2002) para analisar propriedades multifractais em séries temporais não estacionárias. Este método foi amplamente utilizado em fisiologia (Shekatkar, 2017; Sikdar, 2018), geofísica (Telesca, 2015), astrofísica (Belete, 2019), climatologia (Kalamaras, 2019; Baranowski, 2015), hidrologia (Tan, 2017), ecologia (Ba, 2020) e finanças (Zunino, 2008; Al-Yahyaee, 2018). O MFDFA consiste em 5 passos (Kantelhardt et al., 2002).

i) Inicialmente, a série original $x(i)$, $i = 1, \dots, N$ é integrada:

$$X(k) = \sum_{i=1}^k [x(i) - \langle x \rangle], \quad k = 1, \dots, N$$

Em que $\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k x(i)$ representa a média da série $x(i)$

ii) A série integrada $X(k)$ é dividida em $Nn = \text{int}[N/n]$ segmentos não sobrepostos de comprimentos iguais a n .

iii) Para cada um dos segmentos $v=1, \dots, N_n$ calcula-se a tendência local $X_{n,v}(k)$ (pelo ajuste linear ou polinomial), e calcula-se a variância sem tendência:

$$F^2(n, v) = \frac{1}{n} \sum_{k=(v-1)n+1}^{vn} [X(k) - X_{n,v}(k)]^2 \quad [3.2]$$

iv) A função de flutuação de ordem q calcula-se como o valor médio de $F^2(n, v)$ sobre todos os segmentos:

$$F_q(n) = \left\{ \frac{1}{N_n} \sum_{v=1}^{N_n} [F^2(n, v)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad [3.3]$$

em que q pode assumir qualquer valor real, exceto zero ($q \neq 0$). Para $q=0$

$$F_0(n) = \exp \left\{ \frac{1}{N_n} \sum_{v=1}^{N_n} \ln[F^2(n, v)] \right\} \sim n^{h(0)} \quad [3.4]$$

v) Este cálculo se repete para diferentes tamanhos de segmentos e determina o comportamento de escala da função de flutuação $F_q(n)$. Se a série $x(i)$ possui as correlações de longo alcance, a função de flutuação $F_q(n)$ aumenta com n , como uma lei de potência

$$F_q(n) \sim n^{h(q)} \quad [3.5]$$

Calcula-se o expoente de escala $h(q)$ como coeficiente angular de reta $\log F_q(n)$ versus $\log n$. Para séries estacionárias $h(2)$ é idêntico ao expoente clássico de Hurst H . Logo, $h(q)$ é chamado o expoente de Hurst generalizado. Para valores positivos de q , $h(q)$ descreve a invariância de escala dos segmentos com grandes flutuações, enquanto para valores negativos de q , $h(q)$ descreve a invariância de escala dos segmentos com pequenas flutuações. Para séries monofractais $h(q)$ é independente de q , para séries multifractais $h(q)$ é uma função decrescente de q .

3.3 Parâmetros de Espectro Multifractal

A multifractalidade de uma série temporal também pode ser caracterizada através de expoente de Rényi $\tau(q)$ e espectro multifractal $f(\alpha)$ (Kantelhardt et al., 2002).

O expoente de Rényi é relacionado com $h(q)$ através da seguinte expressão

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad [3.6]$$

Para uma serie monofractal $\tau(q)$ depende linearmente de q , enquanto a não linearidade de $\tau(q)$ indica um comportamento multifractal. O espectro multifractal está relacionado com $h(q)$ via a transformada de Legendre.

$$\alpha = h(q) + q \frac{dh(q)}{dq} \quad [3.7]$$

e

$$f(\alpha) = q(\alpha - h(q)) + 1 \quad [3.8]$$

Para séries temporais monofractais, o espectro $f(\alpha)$ é representado por apenas um ponto, já para uma série multifractal o espectro é representado por uma função côncava para baixo. Afim de estudar os diferentes propriedades do espectro multifractal, utiliza-se um conjunto de parâmetros sendo um deles a assimetria caracterizado pela formula [3.9],

$$r = (\alpha_{max} - \alpha_0) / (\alpha_0 - \alpha_{min}) \quad [3.9]$$

para direita ($r > 1$) indica que subconjuntos com pequenas flutuações têm maior contribuição ao espectro multifractal; uma assimetria para esquerda ($r < 1$) indica que subconjuntos com grandes flutuações tem maior contribuição ao espectro multifractal. Se ambas, pequenas e grande flutuações contribuem igualmente ao multifractalidade do processo, o espectro multifractal e simétrico ($r = 1$).

Em resumo, um processo com espectro multifractal com maior valor de α_0 , maior largura ω e assimetria para a direita ($r > 1$), pode ser considerado um processo mais complexo que aqueles com características opostas (Shimizu

et al., 2002). Essas medidas podem ser observadas na figura 6

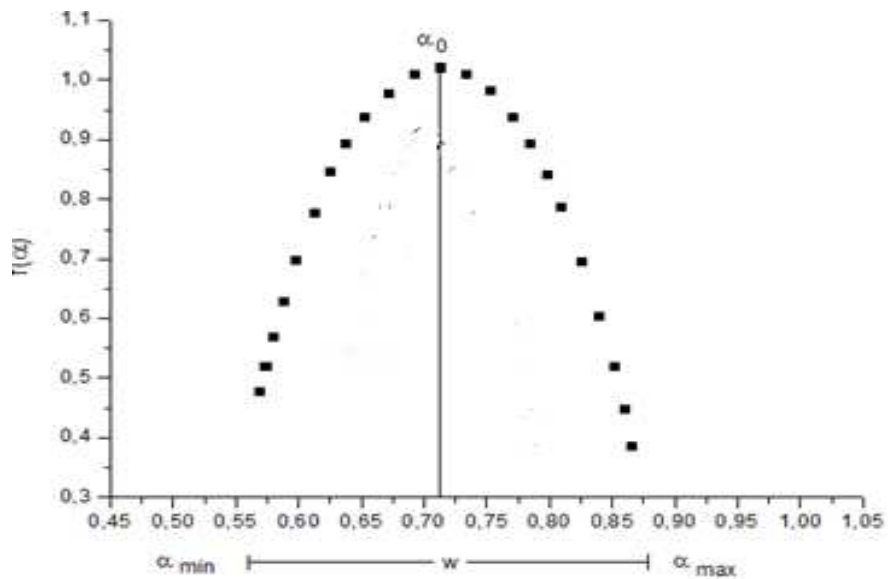


Figura 6: Representação gráfica do espectro multifractal com parâmetros multifractais:

$$\alpha_0 \sim 0,71; W \sim 0,3; r \sim 1$$

3.4 Distribuição de Weibull

A função de distribuição Weibull cumulativa $F(V)$ dá a probabilidade da velocidade do vento exceder o valor V . É expressa pela fórmula

$$F(V) = 1 - e^{-\left(\frac{V}{c}\right)^k} \quad [4.0]$$

em que $F(V)$ é a probabilidade da velocidade do vento ser menor ou igual a V ; c é o parâmetro da escala de Weibull (m/s^{-1});. Essencialmente, o parâmetro de escala é um indicador da quantidade de vento em determinada localização, enquanto o parâmetro de forma k descreve a largura da distribuição de dados que indica o pico da distribuição. Vários métodos estão disponíveis para determinar os dois parâmetros de distribuição Weibull. Um desses métodos é método de máxima verossimilhança (Stevens, MJM, & Smulders, PT 1979). O método de máxima verossimilhança requer grande escala iterações de numéricas. O parâmetro de forma e o parâmetro de escala são calculados pela fórmula (4a) e fórmula (4b):

$$k = \left[\frac{\sum_{i=1}^n v_i^k \ln(v_i)}{\sum_{i=1}^n v_i} - \frac{\sum_{i=1}^n \ln(v_i)}{n} \right]^{-1} \quad (4a)$$

$$c = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (v_i)^k}{\sum_{i=1}^n v_i^k} \right]^{\frac{1}{k}} \quad (4b)$$

em que v_i é a velocidade do vento e n é o número de observações.

4. Resultados e Discussões

Neste capítulo serão apresentados os resultados da análise estatística (ajuste de distribuição de Weibull) e em seguida os resultados da análise multifractal das séries temporais de velocidade de vento para cada hora das 0h às 23h na cidade de Recife em Pernambuco.

Para análise MFDFA, foram utilizadas as séries desazonalizadas (anomalias) $X(t)$ obtidas através de uma normalização das séries originais $x(t)$ (Kantelhardt et al., 2006),

$$X(t) = \frac{x(t) - \mu_t}{\sigma_t} \quad [5.0]$$

em que μ_t é a velocidade de vento média calculada para cada hora e dia calendário, usando todos os anos de registro, e σ_t desvio padrão de $x(t)$, também calculado para cada hora e dia calendário. Todas as análises são realizadas por meio do software Rstudio.

Na Figura 7 observa se que existe uma variabilidade diurna de velocidade do vento: maior velocidade média durante o dia entre 12h e 19h, e menor durante a noite entre 04h e 09h. Este padrão diurno da velocidade do vento está bem documentado na literatura existente (Zubair, 2002; Muñoz, 2008; Short, 2019). Durante o dia, o aquecimento do sol causa mistura térmica,

resultando em transferência descendente de momento. Geralmente, um máximo na velocidade do vento próximo à superfície é observado após o meio-dia. Após o pôr do sol, o resfriamento radiativo causa o desenvolvimento de uma camada limite atmosférica estável que inibe a transferência de momento e os ventos durante a noite são relativamente calmos perto da superfície (Barthelmie, 1996). Todas análises foram feitas para 24 séries construídas a partir da serie completa para cada hora, de 0h ate 23h. .

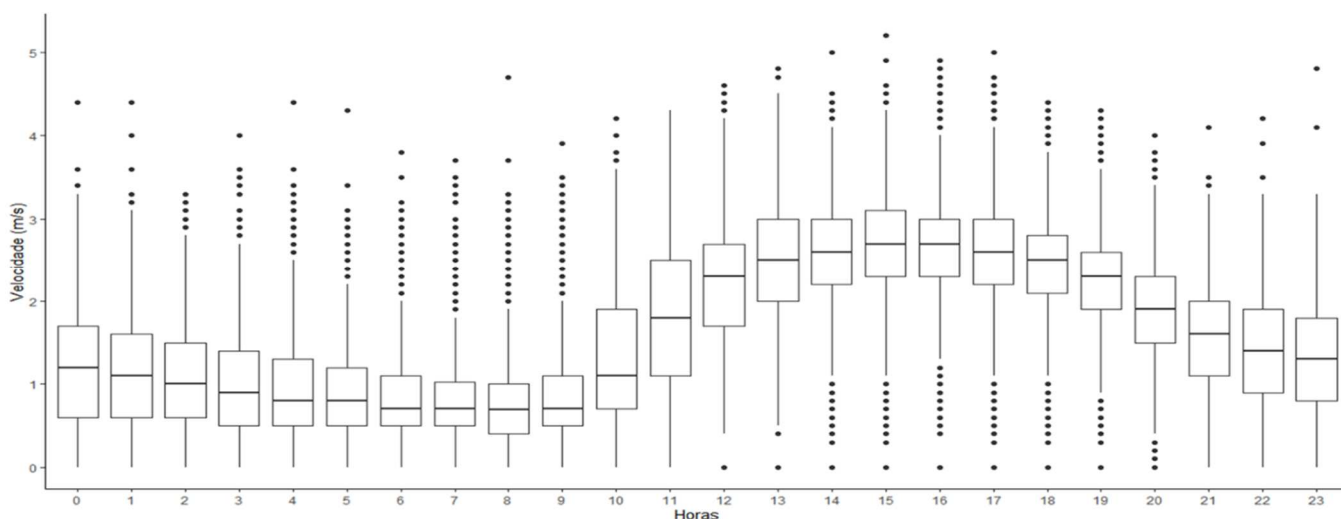


Figura 7: Box plot para séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife

4.1 Distribuição de Weibull

A distribuição de Weibull ajustada para séries dos horários 03h e 16h está ilustrada na Figura 8 e os parâmetros de forma e de escala para todas as séries analisadas estão apresentados na Tabela 1. A evolução diurna destes parâmetros estão apresentados na Figura 9 (parâmetro de escala) e na Figura 10 (parâmetro de forma), podemos analisar e reforçar a persistência da elevação da velocidade do vento entre 12h e 21h através dos parâmetros de escala onde no intervalo mencionado indica o quão ventilado são os horários analisados e o parâmetro de forma que descreve

a largura da distribuição de probabilidade. Na Figura 8 pode ser observada a densidade empírica e teórica da amostra através do histograma dos parâmetros de Weibull derivados da velocidade média do vento, que também indicam uma variação horária significativa (Z. R. Shu. Et al 2020), e sua variabilidade diurna é marcadamente diferente entre os horários 12h e 21h.

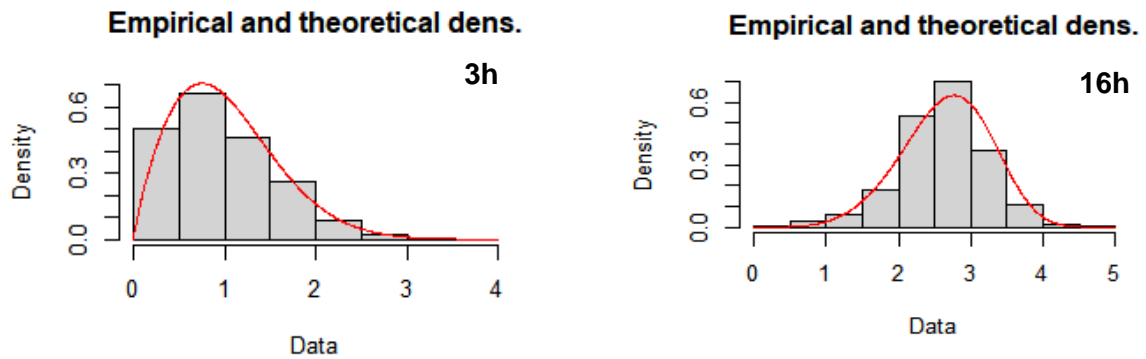


Figura 8: Ajuste da distribuição Weibull para as séries de velocidade de vento em Recife para os horários 03h e 16h

HORA	K	C
0	1,96370	1,41019
1	1,90177	1,32857
2	1,87544	1,23934
3	1,83469	1,14892
4	1,79986	1,09417
5	1,77385	1,03751
6	1,75347	0,98800
7	1,71745	0,94919
8	1,68081	0,92015
9	1,62527	1,01290
10	1,82003	1,51089
11	2,44144	2,08711
12	3,26718	2,49558
13	3,96349	2,73006
14	4,40233	2,83789
15	4,76399	2,91549
16	4,88679	2,90125
17	4,88072	2,83881
18	4,69915	2,68974
19	4,25427	2,48515
20	3,57640	2,13102
21	2,75100	1,75760
22	2,38321	1,60953
23	2,11685	1,49899

Tabela 1. Parâmetro de forma (k) e escala (c) de distribuição de Weibull para séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife

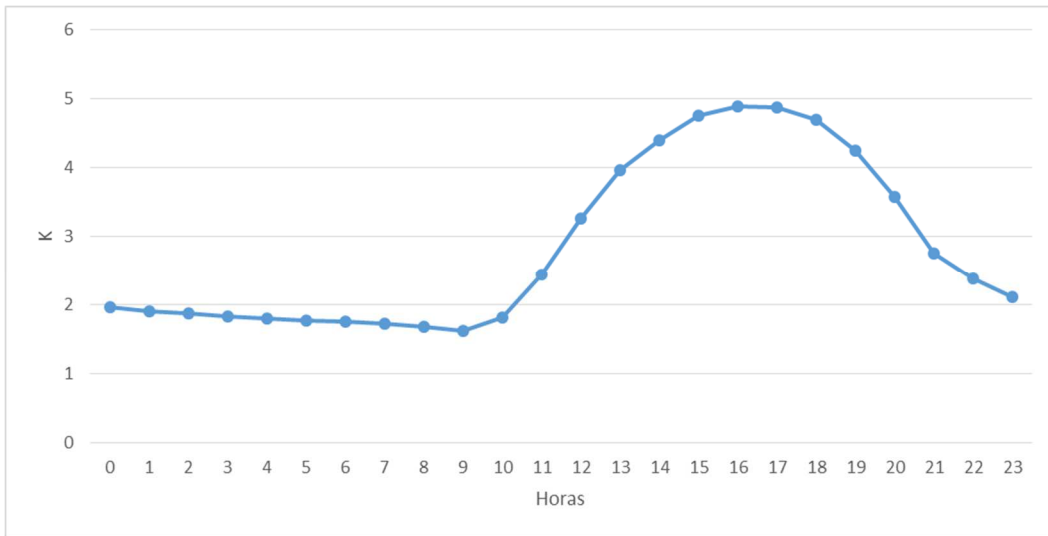


Figura 9: Parâmetro de escala da distribuição Weibull para séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife

Podemos observar na Figura 9 que quanto menor o parâmetro de escala observa-se que os dados estão concentrados em torno da média, logo quanto maior a escala os dados estão mais dispersos em relação a média

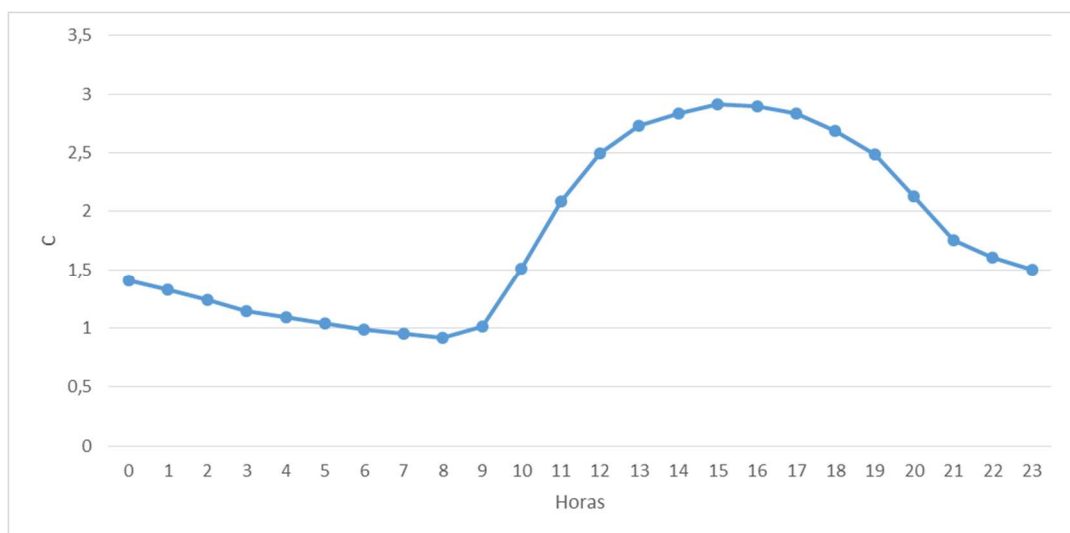


Figura 10: Parâmetro de forma da distribuição Weibull para séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife.

Na Figura 10 podemos observar que para valores do parâmetro de forma $1 < C < 3$, a distribuição de Weibull tem assimetria positiva ou à direita, esta assimetria indica a direção dos outliers que são dados nos quais se diferenciam drasticamente de todos os outros, para assimetria positiva, a cauda da distribuição é mais alongada à direita.

4.2 Análise MFDFA

Os gráficos de análise MFDFA para séries dos horários 03h e 16h apresentados na Figura 11 e Figura 12 indicam que as séries analisadas possuem propriedades multifractais: comportamento linear $Fq(n)$ é uma função linear na escala logarítmica, $h(q)$ é uma função decrescente, $\tau(q)$ uma função não linear e $f(\alpha)$ uma função côncava para baixo. Os parâmetros do espectro multifractal para todas as séries analisadas estão apresentados na Tabela 2. A evolução diurna destes parâmetros é apresentada na Figura 12 (ponto de máximo α_0), Figura 13 (largura w) e Figura 14 (assimetria r). Observar-se que em alguns horários temos um grau de multifractalidade mais forte indicado por maior largura de espectro (entre 12h e 21h). Todas as séries são persistentes ($\alpha_0 > 0,5$) com persistência mais forte entre 12h e 21h. Neste período a velocidade do vento horária é maior (Figura 9). Para todas as séries exceto 10h e 23h, o espectro multifractal tem assimetria para esquerda ($r < 1$) indicando que subconjuntos com grandes flutuações dominam na multifractalidade do processo

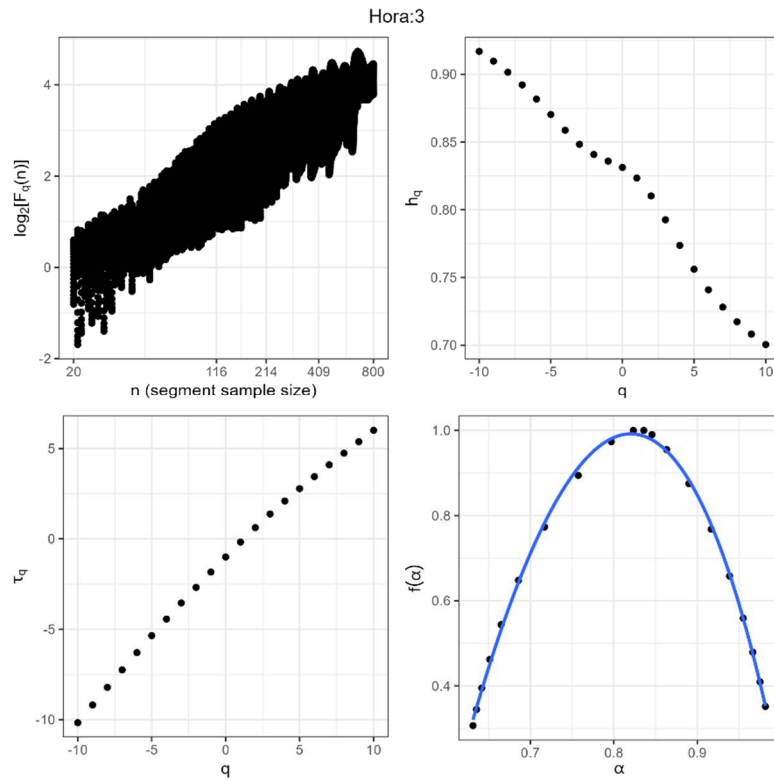


Figura 11: MDFA das séries de velocidade de vento em Recife para às 03h

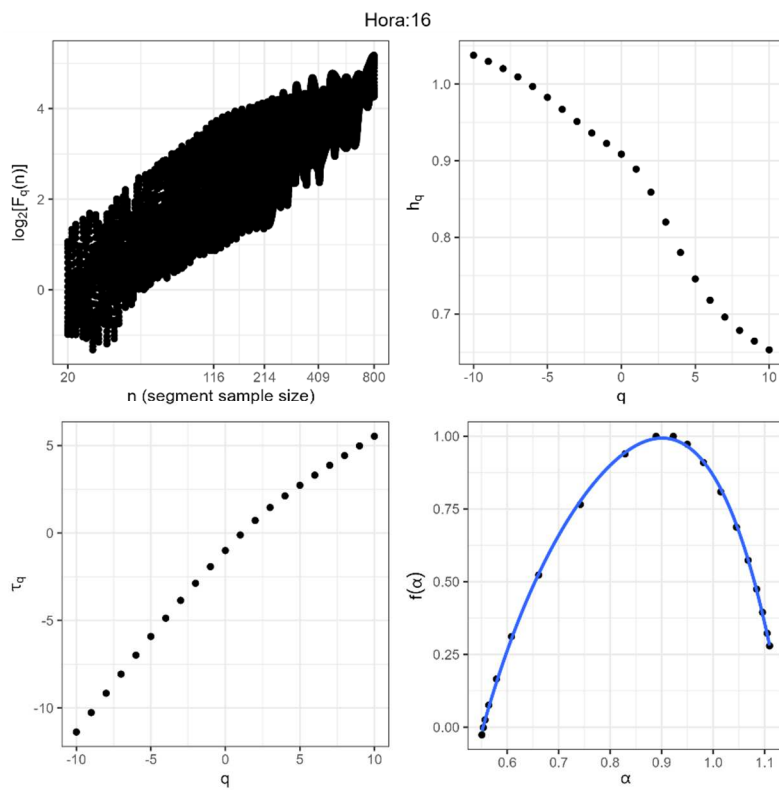


Figura 12: MDFA das séries de velocidade de vento em Recife para às 16h

HOUR	α_0	w	r
0	0,803	0,269	0,360
1	0,770	0,255	0,351
2	0,791	0,333	0,300
3	0,836	0,351	0,712
4	0,761	0,459	0,307
5	0,727	0,352	0,636
6	0,730	0,358	0,603
7	0,626	0,269	0,863
8	0,745	0,355	0,337
9	0,705	0,267	0,672
10	0,661	0,300	1,124
11	0,756	0,400	0,810
12	0,806	0,459	0,547
13	0,795	0,412	0,507
14	0,843	0,486	0,453
15	0,886	0,474	0,567
16	0,923	0,559	0,503
17	0,839	0,409	0,346
18	0,939	0,499	0,439
19	0,929	0,457	0,396
20	0,933	0,452	0,350
21	0,893	0,385	0,396
22	0,844	0,310	0,403
23	0,713	0,246	1,232

Tabela 2: Parâmetros multifractais das séries horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife

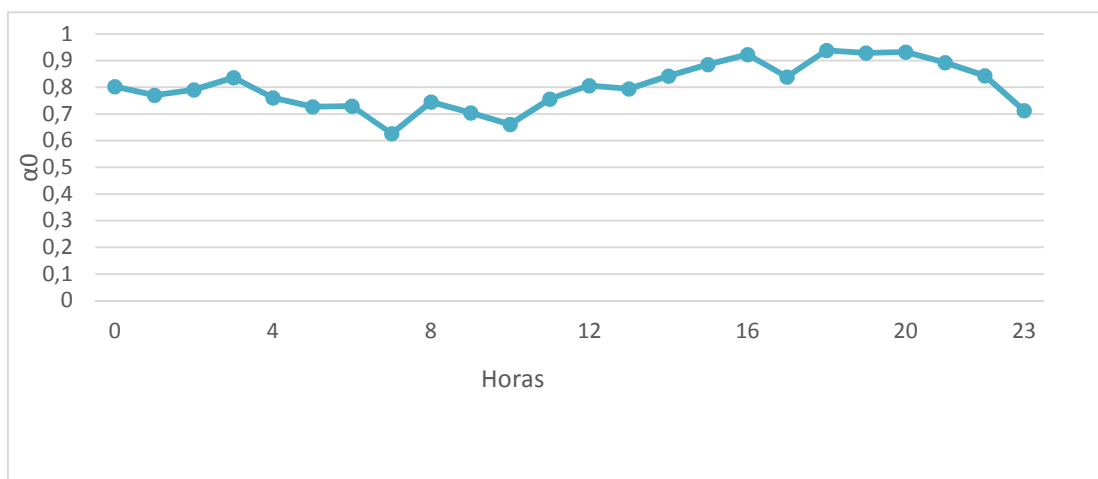


Figura 13: Parâmetro α_0 das séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife

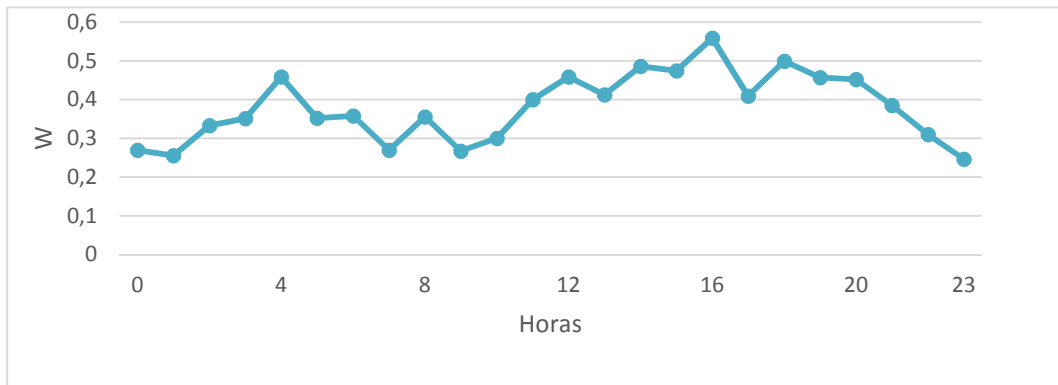


Figura 14: Parâmetro w das séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife.

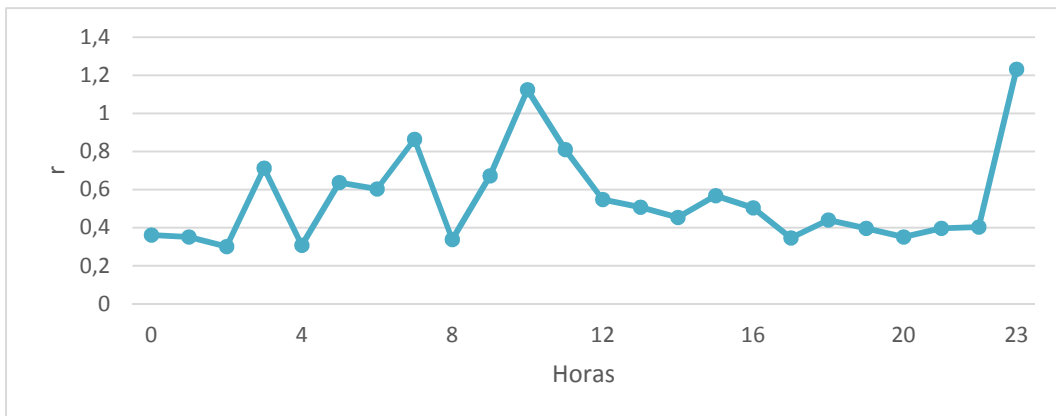


Figura 15: Parâmetro r das séries temporais horárias (0h-23h) de velocidade de vento em Recife

5. Conclusão

Ao longo da última década, vários estudos demonstraram a presença de correlações de longo alcance em séries temporais climáticas, tanto em dados observacionais quanto em dados produzidos por modelos climáticos globais. Variáveis climáticas como temperatura, vazão dos rios e chuvas são analisadas amplamente, usando dados históricos para diferentes partes do mundo enquanto há poucos resultados da análise de correlação do vento que representa uma variável mais complexa por ser figurada como um fenômeno natural da turbulência.

Nesta dissertação investigamos se as séries temporais de velocidade do vento em Recife possuem propriedades multifractais por meio da metodologia MFDFA, que tem como objetivo quantificar correlações de longo alcance em séries temporais não estacionárias. Observamos que existe uma variabilidade diurna de velocidade do vento: maior velocidade média durante o dia entre 12h e 19h, e menor durante a noite entre 04h e 09h. Este padrão diurno da velocidade do vento está bem documentado na literatura existente. Verificamos que todas as séries analisadas mostram as propriedades multifractais com valores de expoente generalizado de Hurst acima de 0,5 indicando uma dinâmica persistente para ambas, pequenas e grande flutuações.

Nós também calculamos as outras medidas multifractais, o expoente Rényi e o espectro multifractal que reafirmaram a presença de propriedades multifractais nas séries de velocidade. Os parâmetros de espectro multifractal também mostraram uma variabilidade diurna: No período entre 12h e 21h as séries são mais persistentes (maior valor de posição de ponto de máximo α_0) e tem um grau de multifractalidade mais forte (maior largura w). Ajustamos a distribuição de Weibull em dados de 24 séries temporais horárias e comparamos os parâmetros da distribuição para a velocidade do vento diurno e noturno observando a persistência da elevação da velocidade nos horário supracitados como também a assimetria dos dados analisados.

Esses resultados ajudarão a entender melhor a natureza das variações

temporais na velocidade do vento em Recife. Eles podem ser usados para desenvolver modelos teóricos e computacionais para modelagem de fenômenos influenciados por diferentes condições climáticas em diferentes estações. Trabalhos futuros envolvendo todas as estações meteorológicas de Pernambuco poderão fornecer mais informações sobre a influência de fatores geofísicos e ambientais na dinâmica do vento nestas regiões e possibilitar o desenvolvimento de um modelo multifractal.

Referências

- BARTHELMIE, R. J., GRISOGONO, B., & PRYOR, S. C. (1996). Observations and simulations of diurnal cycles of near-surface wind speeds over land and sea. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 101(D16), 21327-21337
- BACRY, E.; DELOUR, J.; MUZY, J. Modelling financial time séries using multifractal random walks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, n. 1, 2001.
- BERAN, J. Statistics for Long-memory Processes. NewYork: Chapman & Hall, 1994.
- BOX, G. E.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. Time series analysis: forecasting and control. New Jersey: Prentice Hall, 1994
- CASTIGLIONI, P., PARATI, G., CIVIJIAN, A., QUINTIN, L., & DI RIENZO, M. (2008). Local scale exponents of blood pressure and heart rate variability by detrended fluctuation analysis: effects of posture, exercise, and aging. *IEEE transactions on biomedical engineering*, 56(3), 675-684.
- COSTA, R. L., & VASCONCELOS, G. L. (2003). Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 329(1-2), 231-248.
- COSTA, R. L.; VASCONCELOS, G. Long-range correlations and nonstationarity in the brazilian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 329, n. 1, p. 231–248, 2003
- CHAOS, Solitons & Fractals, Elsevier, v. 24, n. 1, p. 165–173, 2005
- FENG, T. et al. A brief description to different multi-fractal behaviors of daily wind speed records over china. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 373, n. 45, p. 4134–4141, 2009.
- FEDER, J. Fractals, 1988. [S.I.]: Plenum Press, New York, 1988
- DAMOURAS, S., CHANG, M. D., SEJDIĆ, E., & CHAU, T. (2010). An empirical examination of detrended fluctuation analysis for gait data. *Gait & posture*, 31(3), 336-340.

DOS SANTOS, F. S., DO NASCIMENTO, K. K. F., DA SILVA JALE, J., STOSIC, T., MARINHO, M. H., & FERREIRA, T. A. (2021). Mixture distribution and multifractal analysis applied to wind speed in the Brazilian Northeast region. *Chaos, Solitons & Fractals*, 144, 110651.

DE LIMA, M. I. P., & GRASMAN, J. (1999). Multifractal analysis of 15-min and daily rainfall from a semi-arid region in Portugal. *Journal of hydrology*, 220(1-2), 1-11.

FREZZA, M., BIANCHI, S., & PIANESE, A. (2021). Fractal analysis of market (in) efficiency during the COVID-19. *Finance Research Letters*, 38, 101851

FERREIRA, A. G. *Meteorologia Prática*. São Paulo: Oficina de textos, 2006

GARCÍA-MARÍN, A. et al. Multifractal analysis of validated wind speed time series. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, American Institute of Physics, v. 23, n. 1, p. 013133–013133, 2013.

GOLDBERGER, A. L., AMARAL, L. A., HAUSDORFF, J. M., IVANOV, P. C., PENG, C. K., & STANLEY, H. E. (2002). Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging. *Proceedings of the national academy of sciences*, 99(suppl_1), 2466-2472.

GAO, L.; FU, Z. Multi-fractal behaviors of relative humidity over china. *Atmos. Ocea-nic Sci. Lett*, v. 6, p. 74–78, 2013.

GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. Detrending moving average algorithm for multifractals. *Physical Review E*, APS, v. 82, n. 1, p. 011136, 2010

GUO, X., ZHANG, H., YUAN, T., ZHAO, J., & XUE, Z. (2015). Detecting the temporal scaling behavior of the normalized difference vegetation index time series in China using a detrended fluctuation analysis. *Remote Sensing*, 7(10), 12942-12960.

GOLDBERGER, A. L., AMARAL, L. A., HAUSDORFF, J. M., IVANOV, P. C., PENG, C. K., & STANLEY, H. E. (2002). Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging. *Proceedings of the national academy of sciences*, 99(suppl_1), 2466-2472.

HU, K.; CHEN, Z.; IVANOV, P. CH.; CARPENA, P.; STANLEY, H. E. Effects of trends on detrended fluctuation analysis, *Physical Review E* 64, 011114, 2001

HURST, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. Transactions of the American Society of Civil Engineers, v. 116, p. 770–779, 1951.

H.G.E. HENTSCHEL, I. PROCACCIA, The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors, *Physica D* 8, 435-444, 1983.

HAUSDORFF, J. M. et al. Is walking a random walk? evidence for long-range correlations in stride interval of human gait. *Journal of Applied Physiology, Am Physiological Soc*, v. 78, n. 1, p. 349–358, 1995

HARROUNI, S., & GUESSOUM, A. (2009). Using fractal dimension to quantify long-range persistence in global solar radiation. *Chaos, Solitons & Fractals*, 41(3), 1520-1530.

IVANOV, P. C., AMARAL, L. A. N., GOLDBERGER, A. L., HAVLIN, S., ROSENBLUM, M. G., STRUZIK, Z. R., & STANLEY, H. E. (1999). Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature*, 399(6735), 461-465.

IVANOV, P. C. et al. Levels of complexity in scale-invariant neural signals. *Physical Review E, APS*, v. 79, n. 4, p. 041920, 2009.

IVANOV, P. C., AMARAL, L. A. N., GOLDBERGER, A. L., HAVLIN, S., ROSENBLUM, M. G., STRUZIK, Z. R., & STANLEY, H. E. (1999). Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature*, 399(6735), 461-465.

J. THEILLER, Estimating fractal dimension, *J. Opt. Soc. Am.* 7, 1055-1073, 1990.

KAVASSERI, R. G.; NAGARAJAN, R. A multifractal description of wind speed records.

KANTELHARDT, J. W. Fractal and multifractal time series. *Springer*, p. 463–487, 2011.

KAVASSERI, R. G.; NAGARAJAN, R. A multifractal description of wind speed records. *Chaos, Solitons & Fractals, Elsevier*, v. 24, n. 1, p. 165–173, 2005

KANTELHARDT, J. W. et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of

nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *Elsevier*, v. 316, n. 1, p.87–114, 2002.

KANTELHARDT, J.W. Fractal and Multifractal Time Series. In *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*; Springer: New York, NY, USA, 2009; pp. 3754–3779

KOBAYASHI, M.; MUSHA, T. $1/f$ fluctuation of heartbeat period. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 6, p. 456–457, 1982

KIRÁLY, A.; JÁNOSI, I. M. Detrended fluctuation analysis of daily temperature records: Geographic dependence over Australia. *Meteorology and Atmospheric Physics*, *Springer*, v. 88, n. 3-4, p. 119–128, 2005

KUMAR, S.; DEO, N. Multifractal properties of the Indian financial market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *Elsevier*, v. 388, n. 8, p. 1593–1602, 2009.

KOÇAK, K. (2009). Examination of persistence properties of wind speed records using detrended fluctuation analysis. *Energy*, 34(11), 1980-1985.

KIRÁLY, A., & JÁNOSI, I. M. (2005). Detrended fluctuation analysis of daily temperature records: Geographic dependence over Australia. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 88(3), 119-128.

LEE, K.; KIM, J.; VIDA KOVIC, B. Regularity of irregularity: Testing for monofractality by multifractal tools. *International Journal of Mathematics and Computer Science: Special Issue on Computational Biology and Data Mining*, v. 5, n. 2, p. 65–85, 2010.

LABAT, D., MASBOU, J., BEAULIEU, E., & MANGIN, A. (2011). Scaling behavior of the fluctuations in stream flow at the outlet of karstic watersheds, France. *Journal of hydrology*, 410(3-4), 162-168.

LAM, L. Introduction to nonlinear physics. [S.l.]: *Springer*, 2003.

LOVEJOY, S., & SCHERTZER, D. (2018). The weather and climate: emergent laws and multifractal cascades. Cambridge University Press.

LAIB, M., GOLAY, J., TELESKA, L., & KANEVSKI, M. (2018). Multifractal analysis of the time series of daily means of wind speed in complex regions. *Chaos, Solitons & Fractals*, 109, 118-127.

MANDELBROT, B. B. The fractal geometry of nature. New York: W. H. Freeman, 1983.

MATSOUKAS, C., ISLAM, S., & RODRIGUEZ-ITURBE, I. (2000). Detrended

fluctuation analysis of rainfall and streamflow time series. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 105(D23), 29165-29172.

MUÑOZ, R. C. (2008). Diurnal cycle of surface winds over the subtropical southeast Pacific. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 113(D13).

MATSOUKAS, C.; ISLAM, S.; RODRIGUEZ-ITURBE, I. Detrended fluctuation analysis of rainfall and streamflow time series. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* (1984–2012), Wiley Online Library, v. 105, n. D23, p. 29165–29172, 2000.

MALI, P. (2015). Multifractal characterization of global temperature anomalies. *Theoretical and Applied Climatology*, 121(3), 641-648.

MUZY, J.-F.; BACRY, E.; ARNEODO, A. Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method. *Physical review E*, APS, v. 47, n. 2, p. 875, 1993

NAMAZI, H., ALA, T. S., & KULISH, V. (2018). Decoding of upper limb movement by fractal analysis of electroencephalogram (EEG) signal. *Fractals*, 26(05), 1850081

NOGUEIRA, R.; VARANDA, W.; LIEBOVITCH, L. Hurst analysis in the study of ion channel kinetics. *Brazilian journal of medical and biological research*. [et al.], v. 28, n. 4, p. 491–496, 1995.

OŚWIECIMKA, P.; KWAPIEŃ, J.; DROŹDŹ, S. Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures. *Physical Review E*, APS, v. 74, n. 1, p. 016103, 2006

PENG, C.-K. et al. Mosaic organization of dna nucleotides. *Physical Review E*, APS, v. 49, n. 2, p. 1685, 1994

QIN, J., LU, X., ZHOU, Y., & QU, L. (2015). The effectiveness of China's RMB exchange rate reforms: An insight from multifractal detrended fluctuation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 421, 443-454.

PAVLOV, A. N., RUNNOVA, A. E., MAKSIMENKO, V. A., PAVLOVA, O. N., GRISHINA, D. S., & HRAMOV, A. E. (2018). Detrended fluctuation analysis of EEG patterns associated with real and imaginary arm movements. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 509, 777-782.

P. GRASSBERGER , I. PROCACCIA, Characterization of strange attractors,

Physical Review Letters 50, 346, 1983.

P. GRASSBERGER, Generalized dimensions of strange attractors, *Physics Letters A* 97, 227-230, 1983

RIBEIRO, R. A., MATA, M. V. M., LUCENA, L. S., FULCO, U. L., & CORSO, G. (2014). Spatial analysis of oil reservoirs using detrended fluctuation analysis of geophysical data. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 21(5), 1043-1049.

RANGARAJAN, G.; DING, M. Integrated approach to the assessment of long range correlation in time series data. *Physical Review E*, APS, v. 61, n. 5, p. 4991, 2000

SHIMIZU, Y.; THURNER, S.; EHRENBERGER, K. Multifractal spectra as a measure of complexity in human posture. *Fractals*, World Scientific, v. 10, n. 01, p. 103–116, 2002

SZETO, H. H. et al. Fractal properties in fetal breathing dynamics. *American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*, Am Physiological Soc, v. 263, n. 1, p. R141–R147, 1992

SCHMITT, F.; SCHERTZER, D.; LOVEJOY, S. Multifractal fluctuations in finance. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, World Scientific, v. 3, n. 03, p. 361–364, 2000.

SHORT, E., VINCENT, C. L., & LANE, T. P. (2019). Diurnal cycle of surface winds in the Maritime Continent observed through satellite scatterometry. *Monthly Weather Review*, 147(6), 2023-2044.

STEVENS, MJM, & SMULDERS, PT (1979). A estimativa dos parâmetros da distribuição de velocidade do vento Weibull para fins de utilização da energia eólica. *Engenharia eólica*, 3, 132-145

SHU, Z. R., LI, Q. S., CHAN, P. W., & HE, Y. C. (2020). Seasonal and diurnal variation of marine wind characteristics based on lidar measurements. *Meteorological Applications*, 27(3), e1918

SKORDAS, E. S., CHRISTOPOULOS, S. R. G., & SARLIS, N. V. (2020). Detrended fluctuation analysis of seismicity and order parameter fluctuations

before the M7. 1 Ridgecrest earthquake. *Natural Hazards*, 100(2), 697-711

SEURONT, L. *Fractals and multifractals in ecology and aquatic science*. [S.I.]: CRC Press, 2009

TELESCA, L.; LOVALLO, M. Analysis of the time dynamics in wind records by means of multifractal detrended fluctuation analysis and the fisher–shannon information plane. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, IOP Publishing, v. 2011, n. 07, p. P07001, 2011.

TELESCA, L., LOVALLO, M., & KANEVSKI, M. (2016). Power spectrum and multifractal detrended fluctuation analysis of high-frequency wind measurements in mountainous regions. *Applied energy*, 162, 1052-1061

THEILER, J. Estimating fractal dimension. *JOSA A*, Optical Society of America, v. 7, n. 6, p. 1055–1073, 1990.

VAROTSOS, P. A.; SARLIS, N. V.; SKORDAS, E. S. Detrended fluctuation analysis of the magnetic and electric field variations that precede rupture, *Chaos* 19, 023114, 2009

VIANELLO, R. L.; ALVES, A. R. *Meteorologia Básica e Aplicações*. Viçosa: UFV, 2006.

VIČZEK, T. *Fractal growth phenomena*. 2. ed. [S.I.]: *World scientific*, 1992

WEERASINGHE, R. M., PANNILA, A. S., JAYANANDA, M. K., & SONNADARA, D. U. J. (2016). Multifractal behavior of wind speed and wind direction. *Fractals*, 24(01), 1650003.

Yu, R., Li, J., & Chen, H. (2009). Diurnal variation of surface wind over central eastern China. *Climate dynamics*, 33(7), 1089-1097.

YUAN, Y.; ZHUANG, X.-t.; JIN, X. Measuring multifractality of stock price fluctuation using multifractal detrended fluctuation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 388, n. 11, p. 2189–2197, 2009

YAO, C. Z., LIU, C., & JU, W. J. (2020). Multifractal analysis of the WTI crude oil market, US stock market and EPU. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 550, 124096.

YU R, LI J, CHEN H. Diurnal variation of surface wind over central eastern

China. *Climate dynamics*. 2009 Dec;33(7):1089-97.

ZUBAIR, L. (2002). Diurnal and seasonal variation in surface wind at Sita Eliya, Sri Lanka. *Theoretical and Applied Climatology*, 71(1), 119-127.

ZHENG, H., SONG, W., & WANG, J. (2008). Detrended fluctuation analysis of forest fires and related weather parameters. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(8-9), 2091-2099.

PENG, C. K., BULDYREV, S. V., HAVLIN, S., SIMONS, M., STANLEY, H. E., AND GOLDBERGER, A. L. (1994). Mosaic organization of DNA nucleotides. *Phys. Rev. E* 49, 1685–1689